

ESTADÍSTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Azterketa ebatziak

2019-2020 ikasturtea

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea. EHU

Egilea eta irakasgaiaren irakaslea: Josemari Sarasola



Gizapedia

gizapedia.hirusta.io

ESTADÍSTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2020ko urtarrilaren 13a, 10:00

Iraupena: Ordu t'erdi.

Praktika: Adierazburu-orria

I. ebazkizuna: Kaxa diagramak eta sakabanatzea (2 puntu)

Denda bateko kaxan jasotako tiketen zenbatekoen lagin bana jaso da ostiral eta larunbatetarako (eurotan):

Ostiralak:	12	34	87	52	27	19	26	22	36	65	18
Larunbatak:	12	44	56	64	60	46	52	67			

Egin beharreko atazak:

- Bi egunetako zenbatekoen kaxa diagramak eratu, horretarako behar den informazioa taula moduan eman, eta interpreta itzazu zentroari eta sakabanatzeari buruz.
- Bi neurri hauek proposatu dira *abiapuntu gisa* sakabanatzea neurtzeko: desbideratze estandarra eta DAME. Bi horien artean erabaki ezazu zein den egokiena kasu honetan, datu atipikoak badaudela kontuan harturik. Eta behin erabakita, kalkulatu *eta bertatik abiatuta* azter ezazu zein den zenbateko sakabanatuenak dituen eguna.

II. ebazkizuna: Cronbachen alfa (2 puntu)

Esne sektoreko kontsumo-produktuen prezio indizeak jaso dira, oinarri-urtea 2014 izanik:

Ikasleak →	A	B	C	D	E	F
1. galdera	0	1	0	1	0	0
2. galdera	1	1	1	1	1	0
3. galdera	1	1	1	1	0	0
4. galdera	1	1	1	0	0	0

Puntuazio totala ongi erantzudako galderen kopurua da.

Halaber, lehen, bigarren eta hirugarren galderetako erantzunen eta t puntuazio totalaren arteko korrelazio koefizienteak kalkulatu dira (4. galderakoa falta da):

$$r_{1,t} = 0.60; r_{2,t} = 0.76; r_{3,t} = 0.94$$

Egin beharreko atazak:

4. galderako erantzunen eta puntuazio totalaren arteko korrelazio koefizientea kalkulatu eta interpretatu. Zenbateraino da galdera egokia?
- Kalkulatu Cronbachen alfa eta interpreta ezazu.
- Aurreko kalkuluetan oinarrituta, bat baztertzekotan, zein galdera baztertuko zenuke testetik?

III. ebazkizuna: Zenbaki indizeak (2 puntu)

Esne sektoreko kontsumo-produktuen prezio indizeak, Laspeyres formula baliatuz, eta kontsumo nominalak jaso dira, oinarri-urtea 2014 izanik:

Urtea	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Indizea	100	105	110	118	125	130
Kontsumo nominalak	44	41	36	26	22	15

Egin beharreko atazak:

- Kontsumo erreala hurbildu urte horietarako, 2017ko prezio konstantetan.
- Zergatik da aurreko kalkulua hurbilketa bat? Oharra: Bi arrazoi daude.
- Hurrengo bi urtetako kontsumo nominalak zenbatekoak izan behar dira kontsumo erreala konstante mantentzeko 2019 urtearekin alderaturik, 2020 eta 2021erako prezio indizeak 140 eta 155 izango direla auresaten bada?

IV. ebazkizuna: Probabilitate-zuhaitzak (*2 puntu*)

Lantegi batean ekoizpen prozesu bat abiarazi da. Lehen egunean ekoizpena 1, 2 edo 3 unitatekoa izan daiteke, 0.2, 0.5 eta 0.3 probabilitatearekin. Hurrengo egunetan ekoizpenaren bilakaera honelakoa da: bezperan 1 ekoitzi bada, biharamunean ekoizpena 1 edo 2 izan daiteke 0.4 eta 0.6ko probabilitateekin, hurrenik hurren; 2 ekoitzi bada, biharamuneko ekoizpena 2 edo 3 izan daiteke 0.3 eta 0.7 probabilitateekin; eta 3 izan bada, biharamuneko ekoizpena 2 edo 3 izan daiteke 0.2 eta 0.8 probabilitateekin. Lantegiak 24 ordutan jarduten du.

Egin beharreko atazak:

- (a) Taula moduan (eta ez zuhaitz moduan), hiru egunetako ekoizpenaren bilakaera azaldu ezazu
- (b) Kalkulatu hiru egunetako batez besteko ekoizpena.
- (c) Unitateen ekoizpena egunean zehar uniformeki gertatzen bada, kalkulatu 3 pieza egiteko behar den batez besteko denbora, taula nagusiko emaitzak denborari buruzko taula trinko batera pasaz.

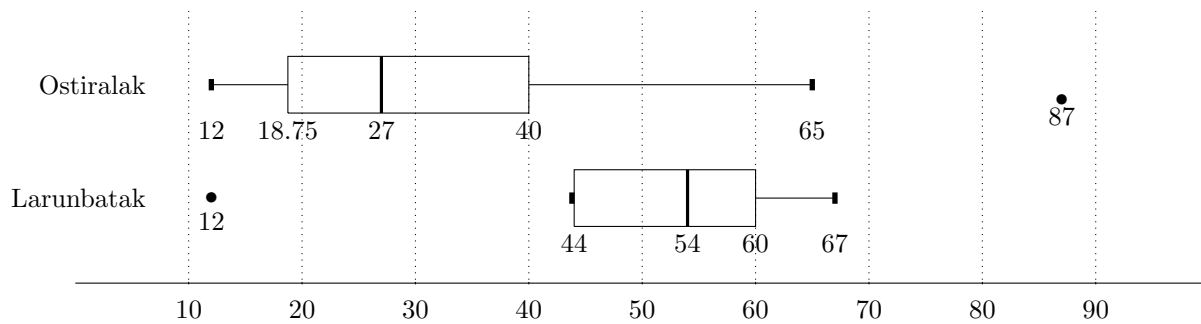
I. EBAZKIZUNA

(a)

- Ostiralak (ordenatuta): 12 18 19 22 26 27 34 36 52 65 87 (11 datu)
- Larunbatak (ordenatuta): 12 44 46 52 56 60 64 67 (8 datu)

Kalkulu-taula

Parametroa	Ostiraletan	Larunbatetan
Me	27	54
Q_1	2.75garren datua=18.75	2garren datua=44
Q_3	8.25garren datua=40	6garren datua=60
$1.5(Q_3 - Q_1)$	31.875	24
$Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$	-13.125	20
$Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$	71.875	84
<i>albo-balioak azpitik</i>	12	44
<i>albo-balioak gainetik</i>	65	67
<i>outlier azpitik</i>	-	12
<i>outlier gainetik</i>	87	-



INTERPRETAZIOA:

- Zentroa: larunbatetan salmentak orokorrean eta batezbeste handiagoak dira (larunbatetan 54, ostiraletan 27).
- Sakabanatzea: Ostiraleko salmenten sakabanatzea handiagoa da, kaxa, kuartil arteko ibiltartea alegia, zabalagoa delako.

(b)

DAMEren kalkulua ostiraleko datuetarako

Datu ordenatuak harturik egingo dugu, baina bestela ere egin daiteke.

Medianarako desbideratze absolutuak: 15 9 8 7 1 0 7 9 25 38 60

Ordenatu: 0 1 7 7 8 9 9 15 25 38 60

DAME aurreko distantzia absolutuen mediana da: DAME=9

DAMEren kalkulua larunbateko datuetarako

Medianarako desbideratze absolutuak: 42 10 8 2 2 6 10 13

Ordenatu: 2 2 6 8 10 10 13 42

DAME aurreko distantzia absolutuen mediana da: DAME=(8+10)/2=9

DAME aurreko distantzia absolutuen mediana da: DAME=9.

Ostiraleko eta larunbateko DAME estatistikoak berdinak dira, baina horregatik sakabanatzea ez da berdina bietan. Dagokion neurri erlatiboa eman dezagun:

$$\frac{DAME}{Me}(ostirala) = \frac{9}{27} = 0.33$$

$$\frac{DAME}{Me}(larunbata) = \frac{9}{54} = 0.16$$

Beraz, sakabanatzea, kasu honetan datuak medianatik zenbat desbideratzen diren, handiagoa da ostiraletan.

II. EBAZKIZUNA**(a)**

Ikasleen x_T puntuazio totalen kalkulua berehalakoa da, datuak emanak diren moduan, besterik gabe zutabeko balioak gehituz. Hortik aurrera eskatutako korrelazio koefizientea honela kalkulatzen da:

x_4	x_T	$x_4 x_T$	x_4^2	x_T^2
1	3	3	1	9
1	4	4	1	16
1	3	3	1	9
0	3	0	0	9
0	1	0	0	1
0	0	0	0	0
3	14	10	3	44

- Kobariantza: $s_{4T} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} \cdot \frac{14}{6} = 0.5$
- Desbideratzeak: $s_4 = \sqrt{\frac{3}{6} - \left(\frac{3}{6}\right)^2} = 0.5$; $s_T = \sqrt{\frac{44}{6} - \left(\frac{14}{6}\right)^2} = 1.37$
- Korrelazio-koefizientea: $r_{4T} = \frac{0.5}{0.5 \times 1.37} = 0.73$

Galdera horren korrelazioa puntuazio totalarekin positiboa da eta nahiko sendoa. Beraz, galdera egokia dela esan daiteke.

(b)

Cronbachen alfa kalkulatzeko item edo galderako bariantzak eta bariantza totala behar dugu.

Bariantza totala hau da, aurreko ataletik: $s_7^2 = 1.37^2 = 1.87$.

4. galderako bariantza hau da, aurreko ataletik baita ere: $s_4^2 = 0.5^2 = 0.25$

Eta orain lehen 3 item edo galderetako bariantzak kalkulatzen ditugu:

x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2
0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0
2	5	4	2	5	4

- $s_1^2 = \frac{2}{6} - \left(\frac{2}{6}\right)^2 = 0.222$
- $s_2^2 = \frac{5}{6} - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0.138$
- $s_3^2 = \frac{4}{6} - \left(\frac{4}{6}\right)^2 = 0.222$

Eta orain Cronbachen alfa kalkulatzen dugu zuzenean:

$$\alpha = \frac{4}{3} \cdot \left(1 - \frac{0.222 + 0.138 + 0.222 + 0.25}{1.87}\right) = 0.738$$

Alfa 0.7-0.9 tartean dagoenez, testaren konsistentzia edo koherentzia ona dela esan daiteke.

(c)

Galdera bat baztertzekotan, testarekin korrelazio txikiena duena ezabatuko genuke. Emandako datu eta egindako kalkuluekin beraz, **1. galdera ezabatu beharko genuke**.

III. EBAZKIZUNA**(a)**

Lehenbizi, Laspeyres indizeak 2017ko oinarrira aldatu behar dira (adibidez, $I_{2017}^{2018} = 125/1.18 = 105.93$) Ondoren, kontsumo errealak jasotzeko, kontsumo nominalak aurreko indize horiekin zatituko ditugu (adibidez, $KontsErreal_{2018} = 22/1.0593 = 20.77$):

Urtea	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Indizea (o:2017)	84.74	88.98	93.22	100	105.93	110.17
Kontsumo errealak	51.92	46.07	38.62	26	20.77	13.62

(b)

Aurreko kontsumo errealak ez dira zehatzak, hurbilketa baizik, eta hori bi arrazoiengatik:

- Laspeyres indizea ez da zirkularra, eta beraz, oinarri aldaketaren emaitzak ez dira guztiz zehatzak;
- Deflaktatzaile zehatza Paasche indizea da, eta ez Laspeyres.

(c)

Urtea	2020	2021
Indizea (o:2014)	140	155
Indizea (o:2017)	$140/118=118.64$	$155/118=131.35$
Kontsumo errealak	13.62	13.62
Kontsumo nominalak	$13.62 \times 1.1864 = 16.15$	$13.62 \times 1.1864 = 17.89$

Beste era batera:

Kontsumo nominalak	$15 \times \frac{140}{130} = 16.15$	$15 \times \frac{155}{130} = 17.89$
--------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

IV. EBAZKIZUNA

(a) eta (b) Zutabe grisetan hiru egunetako ekoizpenen bilakaera, euren probabilitateekin batera, azaltzen dira. Hurrengo zutabeetan ekoizpena totala (T), horien probabilitateak (eguneko probabilitateak bidertuz), itzaropenaren kalkulua ($Tp(T)$) eta (c) atalerako lehen pausoa: 3 unitate ekoizteko denborak.

1e	p(1e)	2e	p(2e)	3e	p(3e)	T	p(T)	$Tp(T)$	D
1	0.2	1	0.4	1	0.4	3	0.032	0.096	3
1	0.2	1	0.4	2	0.6	4	0.048	0.192	2.5
1	0.2	2	0.6	2	0.3	5	0.036	0.180	2
1	0.2	2	0.6	3	0.7	6	0.084	0.504	2
2	0.5	2	0.3	2	0.3	6	0.045	0.270	1.5
2	0.5	2	0.3	3	0.7	7	0.105	0.735	1.5
2	0.5	3	0.7	2	0.2	7	0.070	0.490	1.33
2	0.5	3	0.7	3	0.8	8	0.280	2.240	1.33
3	0.3	2	0.2	2	0.3	7	0.018	0.126	1
3	0.3	2	0.2	3	0.7	8	0.042	0.336	1
3	0.3	3	0.8	2	0.2	8	0.048	0.384	1
3	0.3	3	0.8	3	0.8	9	0.192	1.728	1
							1	7.281	

3 egunetako batez besteko ekoizpena 7.281 unitatekoa da.

(c) 3 unitate ekoizteko denborak tauka trinko batean biltzen ditugu, eta itzaropena kalkulatzeko dugun:

D	p(D)	$Dp(D)$
1	0.3	0.3
1.33	0.35	0.4655
1.5	0.15	0.225
2	0.12	0.24
2.5	0.048	0.12
3	0.032	0.096
	1	1.4465

3 unitate ekoizteko batez besteko denbora 1.4465 egunekoa da.

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2020ko urtarrilaren 13a, 10:00

Iraupena: 40 minutu

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 2 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Erantzun oker bakoitzak zuzenak ematen duenaren erdia kentzen du. Galderak erantzun gabe utz daitezke, punturik gehitu eta kendu gabe.

- (1) Zertarako erabiltzen da Cohen-en d estatistikoa?
 - (a) Bi datu multzoetako sakabanatzeak alderatzeko.
 - (b) Datu multzo desberdinetako elementu bi erlatiboki alderatzeko.
 - (c) Bi batezbestekoaren arteko diferentzia zenbateraino den adierazgarria edo indartsua neurtzeko.
 - (d) Bi datu multzoetako bariantza totala edo bateratua kalkulatzeko.
- (2) Nola deitzen zaio lagin-errorea kontuan hartzen duen estatistikaren arloari?
 - (a) Populazio-estatistika
 - (b) Lagin-estatistika
 - (c) Inferentzia estatistikoa
 - (d) Inferentzia deskribatzailea
- (3) Grafiko estatistikoen artean, zer da ojiba?
 - (a) Histogramako zutabeetako goiko erdipuntuak lotzen dituen grafikoa.
 - (b) Maiztasun-poligono leundua, kurba modukoa.
 - (c) Maiztasun-poligonoaren ertzetako erdipuntuak lotzen dituen grafikoa.
 - (d) Maiztasun metatuen histograman zutabeetako erpinak lotzen dituen lerroa.
- (4) Salmentak 2015ean 30.000€ izan ziren. 2018an 50.000€-tara heldu ziren. Zenbatekoa da batez besteko salmenta hazkunde portzentuala urteko? Oharra: Eman emaitza gertuena.
 - (a) 18%
 - (b) 21%
 - (c) 24%
 - (d) 27%
- (5) Zein da faltsua honako hauetatik?
 - (a) Pobrezia-tasa pobreen kopuru portzentuala besterik ez da.
 - (b) Pobrezia-mugatzat errentaren medianaren portzentaje bat hartzen denean, pobrezia absolutua ari gara aztertzen.
 - (c) Pobrezia-arrailak pobreziaren intentsitatea jasotzen du.
 - (d) Oporretara egun batzuetarako ezin joatea pobrezia absolutuaren elementuetako bat izan daiteke, oporrak bizirik irauteko beharrezkoak ez badira ere.
- (6) Zein da egiazkoa honako hauetatik?
 - (a) Indibiduo guztiei errentaren %4ko zerga ezartzen bazaie, kontzentrazio jaitsi egiten da.
 - (b) Indibiduo guztiei 100 euroko zerga ezartzen bazaie, kontzentrazioa igo egiten da.
 - (c) Indibiduo guztiei %10eko soldata igoera ematen zaie, kontzentrazioa jaitsi egiten da.
 - (d) Indibiduo guztiei 100 euroko ditu laguntza ematen bazaie, kontzentrazioa berdin geratzen da.
- (7) Zein kasutan dago aniztasun handiagoa?
Oharra: ez da beharrezkoa erantzuteko kalkuluak egitea.
 - (a) 40-10-10-10
 - (b) 10-20-30-40
 - (c) 30-30-30-30
 - (d) 40-40-40-40-40-40

- (8) Zer da korrelazio monotonikoa?
- Aldagai batek gora egitean, besteak gora edo behera egitea, baino erlazio hori lineala edo lerromakurra dela kontuan hartu gabe.
 - Aldagai batek balio bakarra hartzen duenean (mono), beste aldagai batekin duen korrelazioa.
 - Aldagai dikotomikoen arteko korrelazioaren balioaren absolutua.
 - Korrelazioaren balio absolutua, korrelazioaren sendotasuna interpretatzeko erabiltzen dena.
- (9) Hauetatik zein ez da haztatu gabeko zenbaki indizea?
- Marshall-Edgeworth indizea.
 - Carli indizea
 - Dûtot indizea.
 - Jevons indizea.
- (10) Matematika eta estatistika gainditu dutenak 10 dira. Matematika gainditu eta estatistika gainditu ez dutenak 20 dira. Estatistika gainditu eta matematika gainditu ez dutenak 25 dira. Biak suspenditu dituztenak 30 dira. Zenbat dira diskordantziak?
- 200
 - 300
 - 500
 - 600
- (11) $F(x) = \frac{x^2}{100}; x = 1, 2, \dots, 10$. Kalkulatu $P[X \geq 4]$.
- 0.09
 - 0.16
 - 0.84
 - 0.91
- (12) $f(x) = kx; 0 < x < 4$. Kalkulatu k dentsitate-funtzioa izan dadin.
- $\frac{1}{16}$
 - $\frac{1}{8}$
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{2}$
- (13) $F(x) = \frac{x^2}{100}; 0 < x < 10$. Kalkulatu $P[3 < X < 4]$.
- 0.07
 - 0.11
 - 0.13
 - 0.16
- (14) Zorizko aldagai batek 1 eta 2 balioak hartzen ditu, 0.4 eta 0.6 probabilitateekin hurrenik hurren. Kalkulatu bariantza.
- 0.24
 - 0.34
 - 0.44
 - 0.64
- (15) A eta B bi finantza aktiboren errentagarritasunen itxaropenak eta bariantzak ezarri dira: $\mu_A = 10, \mu_B = 4; \sigma_A^2 = 4, \sigma_B^2 = 10$. Zein da egiazkoa?
- Epe laburrera zein luzera A da hobea.
 - Epe luzera A da hobea baino epe laburrera dilema sortzen da.
 - Epe luzera A da hobea baino epe laburrera B da hobea.
 - Epe luzera dilema dago eta epe laburrera A da hobea.

- (16) Zorizko aldagai bati buruz zera besterik ez dakigu: $\mu = 10$. Zer baiezza daiteke $P[X \geq 15]$ probabilitateari buruz? Oharra: Eman ezazu hurbilketa finena.
- (a) ≤ 0.25
 - (b) ≤ 0.33
 - (c) ≤ 0.66
 - (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.
- (17) Zorizko aldagai bati buruz zera besterik ez dakigu: $\mu = 10$, $\sigma = 2$. Zer baiezza daiteke batezbestekotik alde batera edo bestera 4 edo gehiago aldentzeko probabilitateari buruz? Oharra: Eman ezazu hurbilketa finena.
- (a) ≤ 0.66
 - (b) ≤ 0.33
 - (c) ≤ 0.25
 - (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.
- (18) Zorizko aldagai bati buruz zera besterik ez dakigu: $\mu = 10$, $\sigma = 2$. Zer baiezza daiteke $P[X \leq 6]$ probabilitateari buruz? Oharra: Eman ezazu hurbilketa finena.
- (a) ≤ 0.6
 - (b) ≤ 0.4
 - (c) ≤ 0.2
 - (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.
- (19) Zorizko aldagai bati buruz zera besterik ez dakigu: $\mu = 10$, $\sigma = 2$, moda bakarreko banaketa da. Zer baiezza daiteke $P[X \leq 6]$ probabilitateari buruz? Oharra: Eman ezazu hurbilketa finena.
- (a) ≤ 0.222
 - (b) ≤ 0.111
 - (c) ≤ 0.066
 - (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.
- (20) Zorizko aldagai bati buruz zera besterik ez dakigu: $\mu = 10$, $\sigma = 1$. Zer baiezza daiteke $P[9 \leq X \leq 13]$ probabilitateari buruz? Oharra: Eman ezazu hurbilketa finena.
- (a) > 0.33
 - (b) > 0.5
 - (c) > 0.66
 - (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

Estatistika eta datuen analisia

-
2020ko urtarrilaren 13a**Izena eta abizenak:** Josemari Sarasola

Galdera	Erantzuna
1	C
2	C
3	D
4	A
5	B
6	B
7	D
8	A
9	A
10	C
11	D
12	B
13	A
14	A
15	A
16	C
17	C
18	C
19	B
20	B

KOPURUA

ONGI	20
GAIZKI	0
ERANTZUN GABE	0

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea

Euskal Herriko Unibertsitatea

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2020ko ekainaren 18a

Iraupena: 135 min

3pt

Kaixo. Ongi etorri **Estatistika eta datuen analisia** irakasgaiko azterketara. Azterketa egin baino lehen irakur itzazu ohar hauek. Ezinbestekoak dira azterketa behar bezala egin eta baita azterketa eman den denboran zuk egin duzula ahal den neurrian ziurtatzeko. Beraz, arreta osoa jarri.

Hasteko, orri bat hartu eta zinpeko deklarazio hau eskuz idatzi eta sinatu, zure izen eta abizenak txertatzearekin batera. Zure azterketaren lehenengo orria izango da:

Nik, (izena eta abizenak, NAN), zin egiten dut azterketa hau inorekin harremanekin jarri gabe burutu, eta kalkulagailua eta kalkuluak egiteko beste tresna batzuk salbu, interakziorik gabeko ikasketa material finkoa beste deus ez dudala erabili.

(Zure bizilekua), 2020ko maiatzaren 21ean

(Zure sinadura)

Azterketako problemetako datuak edo zenbakiak zure NAN zenbakian oinarritzen dira. NAN horren arabera, azterketa berezi bat egin beharko duzu, zure ikaskideen azterketen desberdina.

Has gaitzen bada: konfinamendu garaian urrutiko galaxia bateko planeta sistema batera joan naiz. Planeta-sistema hartan 20 planetatan izan naiz, A1, A2, A3, ..., A20 izendatu nituenak. Han gizakien antzeko izakiak bizi ziren, hemen bezala bi sexutan banatuak. Eta planeta bakoitzeko datuak bildu nituen. Zuk azterketa egiteko, zure NANeko azken bi zifrak jaso, eta bi zifra horiei dagokien planeta bikotea hartu behar duzu honako zerrenda honetatik (00 bukaeran dago):

[,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12]
 "A14" "A2" "A15" "A10" "A16" "A5" "A18" "A20" "A11" "A8" "A13" "A20"
 "A7" "A5" "A6" "A1" "A1" "A2" "A2" "A14" "A2" "A10" "A7" "A13"
 [,13] [,14] [,15] [,16] [,17] [,18] [,19] [,20] [,21] [,22] [,23] [,24]
 "A3" "A9" "A19" "A16" "A18" "A6" "A10" "A2" "A9" "A15" "A16" "A13"
 "A8" "A19" "A4" "A10" "A14" "A3" "A15" "A3" "A1" "A6" "A7" "A1"
 [,25] [,26] [,27] [,28] [,29] [,30] [,31] [,32] [,33] [,34] [,35] [,36]
 "A14" "A3" "A11" "A8" "A12" "A18" "A6" "A11" "A1" "A10" "A5" "A18"
 "A10" "A15" "A2" "A13" "A16" "A2" "A15" "A9" "A12" "A11" "A18" "A12"
 [,37] [,38] [,39] [,40] [,41] [,42] [,43] [,44] [,45] [,46] [,47] [,48]
 "A16" "A14" "A16" "A5" "A1" "A14" "A18" "A17" "A16" "A6" "A5" "A5"
 "A17" "A11" "A12" "A6" "A15" "A17" "A10" "A9" "A1" "A17" "A20" "A13"
 [,49] [,50] [,51] [,52] [,53] [,54] [,55] [,56] [,57] [,58] [,59] [,60]
 "A20" "A18" "A13" "A1" "A14" "A13" "A16" "A12" "A5" "A1" "A13" "A4"
 "A17" "A16" "A14" "A14" "A12" "A1" "A14" "A15" "A10" "A7" "A14" "A3"
 [,61] [,62] [,63] [,64] [,65] [,66] [,67] [,68] [,69] [,70] [,71] [,72]
 "A3" "A4" "A13" "A4" "A4" "A18" "A1" "A7" "A12" "A20" "A2" "A1"
 "A4" "A16" "A15" "A3" "A1" "A19" "A20" "A9" "A14" "A14" "A9" "A3"
 [,73] [,74] [,75] [,76] [,77] [,78] [,79] [,80] [,81] [,82] [,83] [,84]
 "A17" "A20" "A10" "A1" "A7" "A2" "A1" "A12" "A8" "A6" "A3" "A10"
 "A10" "A11" "A15" "A4" "A8" "A18" "A7" "A9" "A17" "A20" "A2" "A14"
 [,85] [,86] [,87] [,88] [,89] [,90] [,91] [,92] [,93] [,94] [,95] [,96]
 "A15" "A16" "A19" "A1" "A18" "A5" "A13" "A8" "A16" "A5" "A3" "A15"
 "A16" "A3" "A12" "A11" "A9" "A4" "A6" "A20" "A14" "A10" "A14" "A18"
 [,97] [,98] [,99] [,00]
 "A15" "A11" "A15" "A9"
 "A14" "A1" "A12" "A8"

Adibidez, zure NANA 26an bukatzen da, A3 eta A15 planetako datuak hartu beharko dituzu. Eta non daude planeta haietako datuak? **Zuri dagozkizun datuak bukaerako I. eranskinean aurkituko dituzu.**

Egin behar duzun lehen gauza, ariketak ebazten hasi aurretik, zure bi planetetako datuak paperean idaztea da, behin eta berriz pantailari begira ez izateko. Hain zuzen ere, pantailari begira behar den denbora justua egon behar duzu.

Eta datu horiekin zer egin behar da? Bigarren eranskin batean prestatu dut ariketa sorta bat: 18 ariketa guztira **baina noski, denak ez dituzu egin behar.** 6 egin behar dituzu. Baina zeintzuk? Hartu berriz ere zure NANeko azken bi zifrak eta II. eranskinean bilatu azken bi zifra horien arabera zeintzuk egin behar dituzun.

Ebazkizun edo ariketa guztien enuntziatuak III. eranskinean dituzu.

Orain egin behar duzuna da orri banatan egin behar dituzun 6 enuntziatuak eskuz kopiatzea.

Azterketa onartu eta balioztatzeko, ezinbestekoa prozedurak horiek jarraitzea. Bestela, ebazpenaren hasieran zure azterketaren eraketa adierazten ez bada, datuak osatzean akatsa badago edo datu aldaketa bat egiten bada, azterketari 0 puntuazioa emango zaio.

Azterketa egin eta fitxategia egelan kargatzeko 2 ordu ta laurden dituzu. Beraz, 18:15ak arte. Azterketa eskuz idatzita egin behar duzu. Azterketa PDF formatoan bidali behar da, fitxategi bakar batean, ondo eskaneatuta, ertz guztiak ondo ikusten direla, smartphonerako TapScanner edo CamScanner aplikazioen bitartez adibidez. Fitxategiaren izenak zure izen eta abizenak jaso behar ditu, besterik gabe. **Azterketa problemak azaltzen diren ordenan garatu behar dira, pantailan irakurtzeko norabidean. Bestela 4 puntu gutxituko azken nota.** Zirriborro orriak gehitu behar dira azterketaren bukaeran, argi adierazita zirriborroak direla, eta zirriborrorik egin ez baduzu, hala adierazi behar didazu bukaeran. Zirriborroa azterketa zuk beste inork egin ez duela frogatzeko balio du. Zirriborroen zuzentasuna ez da ebaluatuko noski, okerrak, tatxoiak eta abar egon daitezke hor.

I. eranskina: Planetetako datuak

Ikusten duzunez, planeta bakoitzeko bf 4 aldagai jaso dira 11 biztanleren artean. Lehen zutabeen adina dago, bigarrenaren errenta, hirugarrenean sexua (g: gizon, e: emakumea) eta laugarrenean hezkuntza maila (a eta b).

					10	9	14.0	e	b		5	2	13.5	e	a
PLANETA A1					11	5	12.2	g	a		6	8	11.7	e	a
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4							7	9	10.5	e	a
1	9	10.3	g	a							8	2	8.3	g	b
2	7	11.3	e	b							9	5	11.1	g	a
3	5	10.7	g	a	PLANETA A5						10	7	6.9	g	a
4	2	10.5	e	a		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4		11	7	11.5	e	b
5	7	8.0	g	a	1	5	13.5	g	a						
6	1	7.4	e	b	2	8	11.1	g	a						
7	6	8.2	g	b	3	3	9.1	e	a	PLANETA A9					
8	6	12.7	e	a	4	5	10.3	e	a		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	
9	2	6.1	e	b	5	5	9.5	e	b	1	3	8.7	e	b	
10	10	8.2	e	b	6	7	10.1	e	b	2	7	8.5	e	a	
11	6	11.1	e	b	7	1	11.3	e	b	3	6	8.1	e	a	
					8	1	6.1	e	b	4	4	10.5	g	b	
PLANETA A2					9	3	10.0	g	a	5	7	9.7	e	a	
	A2_1	A2_2	A2_3	A2_4	10	4	5.8	e	b	6	3	9.9	g	b	
1	9	9.3	g	b	11	7	8.2	g	a	7	5	7.5	e	a	
2	5	8.8	e	b						8	3	8.6	e	a	
3	5	7.5	e	b	PLANETA A6					9	4	12.6	e	a	
4	4	7.8	e	a		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	10	8	10.2	g	a	
5	9	10.4	g	a	1	1	7.9	e	a	11	8	13.5	e	b	
6	5	10.2	g	b	2	5	7.5	e	a						
7	5	10.6	e	a	3	1	7.3	g	a	PLANETA A10					
8	7	11.7	g	a	4	8	7.8	g	a		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	
9	9	7.7	g	a	5	2	11.8	e	a	1	6	7.8	e	b	
10	6	9.5	e	b	6	7	11.5	e	a	2	2	11.2	e	b	
11	9	7.4	g	a	7	7	12.9	e	a	3	8	11.0	g	b	
					8	1	8.6	e	a	4	7	9.8	e	a	
PLANETA A3					9	9	9.4	g	a	5	4	10.8	e	a	
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	10	8	9.6	e	a	6	7	7.5	e	b	
1	6	10.6	e	b	11	9	8.1	g	b	7	8	10.4	g	a	
2	1	9.3	g	b						8	10	5.9	e	a	
3	4	8.6	g	a	PLANETA A7					9	4	9.3	e	b	
4	6	7.7	g	b		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	10	9	9.6	e	a	
5	7	11.6	g	b	1	5	8.3	e	b	11	8	13.6	g	b	
6	6	10.9	e	a	2	2	8.2	e	b						
7	10	7.0	e	a	3	10	9.7	g	b	PLANETA A11					
8	8	4.9	e	b	4	9	5.8	g	b		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	
9	9	12.6	e	b	5	4	10.8	e	b	1	7	13.3	e	b	
10	9	7.5	e	a	6	2	14.2	e	a	2	8	9.9	g	b	
11	7	14.9	g	b	7	6	9.6	e	b	3	3	6.0	e	a	
					8	10	11.9	g	a	4	7	9.7	e	b	
PLANETA A4					9	10	9.2	g	b	5	6	12.4	e	a	
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	10	7	11.7	g	b	6	3	10.9	e	b	
1	8	10.7	g	b	11	1	9.9	e	b	7	3	8.3	e	a	
2	8	7.2	e	a						8	5	7.1	g	b	
3	1	10.1	e	a	PLANETA A8					9	9	5.2	g	b	
4	3	12.0	e	b		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	10	4	12.8	e	a	
5	7	7.3	g	a	1	4	10.3	e	a	11	7	8.6	g	a	
6	1	12.2	g	a	2	9	10.2	g	b						
7	7	8.8	e	a	3	4	13.2	g	a	PLANETA A12					
8	4	13.6	g	b	4	3	9.4	g	a		A1_1	A1_2	A1_3	A1_4	
9	3	9.1	g	b											

1	6	10.8	g	b	5	4	7.6	g	a	9	4	13.2	g	b
2	8	13.0	g	a	6	6	11.1	e	b	10	1	7.7	e	b
3	8	8.2	g	b	7	7	12.4	e	a	11	1	7.0	e	a
4	5	11.4	g	b	8	6	7.6	g	b					

PLANETA A13				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	4	10.2	g	b
2	9	8.3	g	b
3	4	8.7	g	a
4	2	14.1	e	a
5	2	7.5	g	b
6	9	10.3	e	b
7	5	5.7	e	b
8	9	8.7	g	b
9	8	9.1	g	b
10	4	12.0	e	b
11	6	11.6	e	b

PLANETA A14				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	10	9.6	e	a
2	3	5.1	g	b
3	1	11.6	g	b
4	2	11.4	e	a
5	7	9.6	g	b
6	6	10.8	g	b
7	3	8.3	e	a
8	9	13.7	g	a
9	2	11.6	g	a
10	8	10.7	e	b
11	10	9.7	e	b

PLANETA A15				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	8	8.7	e	a
2	5	5.3	e	b
3	5	9.8	g	a
4	1	8.7	g	b
5	10	11.6	g	a
6	6	7.3	g	a
7	5	11.4	g	b
8	5	12.3	g	a
9	6	12.6	e	b
10	1	8.1	e	b
11	4	8.5	e	a

PLANETA A16				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	8	10.6	e	a
2	9	6.9	g	b
3	3	12.2	g	a
4	6	9.1	e	b
5	2	9.3	g	a
6	8	8.4	g	b
7	5	7.0	g	b
8	10	9.2	g	b
9	2	6.5	e	b
10	7	11.2	g	a
11	2	8.7	e	b

8	1	10.5	e	b
9	2	8.1	g	a
10	1	7.9	e	a
11	4	7.7	e	b

PLANETA A17				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	3	8.4	g	a
2	3	9.4	g	a
3	2	9.8	g	a
4	1	11.8	g	b
5	6	10.2	g	b
6	3	11.0	g	b
7	10	7.5	g	a
8	2	11.9	e	b
9	1	12.2	g	a
10	2	10.0	e	a
11	7	10.3	g	b

PLANETA A18				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	9	7.4	e	b
2	5	9.8	e	b
3	8	9.4	g	a
4	5	8.5	e	b
5	3	9.4	g	b
6	7	8.9	g	b
7	3	13.5	g	a
8	1	10.8	e	b
9	2	8.2	g	a
10	6	5.9	e	b
11	2	12.3	g	b

PLANETA A19				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	8	11.7	g	a
2	1	10.5	e	a
3	1	10.9	g	b
4	1	9.3	g	a
5	5	6.6	e	b
6	5	10.0	e	a
7	5	10.4	g	b
8	3	7.8	g	a
9	2	7.5	e	b
10	10	10.4	e	b
11	2	8.9	e	a

PLANETA A20				
	A1_1	A1_2	A1_3	A1_4
1	3	8.3	g	a
2	8	10.7	g	b
3	10	8.6	e	b
4	6	12.7	e	b
5	10	8.7	g	b
6	5	7.0	e	a
7	4	11.9	e	b

II. eranskina: Garatu behar dituzun 6 ebazkizunak

zure NANaren azken bi zifren arabera

	[,01]	[,02]	[,03]	[,04]	[,05]	[,06]	[,07]	[,08]	[,09]	[,10]	[,11]	[,12]	[,13]	[,14]
[1,]	2	5	1	1	3	4	1	5	1	4	4	4	1	3
[2,]	3	6	6	5	6	6	2	6	3	6	5	6	4	5
[3,]	7	8	7	8	8	7	11	7	8	7	10	8	8	7
[4,]	9	10	9	11	10	9	12	10	10	12	11	10	10	12
[5,]	13	13	14	14	15	15	15	15	14	14	13	15	13	15
[6,]	18	18	17	16	18	16	16	18	18	18	18	17	18	17
	[,15]	[,16]	[,17]	[,18]	[,19]	[,20]	[,21]	[,22]	[,23]	[,24]	[,25]	[,26]		
[1,]	3	1	3	3	4	3	3	1	2	2	2	3		
[2,]	6	3	4	4	5	4	5	6	6	4	3	6		
[3,]	7	10	7	7	8	7	8	10	11	8	11	11		
[4,]	9	11	9	10	12	12	10	11	12	11	12	12		
[5,]	14	13	15	14	15	14	15	13	14	14	13	13		
[6,]	16	16	18	18	18	17	16	18	17	16	16	17		
	[,27]	[,28]	[,29]	[,30]	[,31]	[,32]	[,33]	[,34]	[,35]	[,36]	[,37]	[,38]		
[1,]	3	4	4	2	3	1	3	4	1	4	2	3		
[2,]	4	6	6	4	6	5	4	5	3	5	3	6		
[3,]	10	8	10	8	10	7	7	7	8	10	7	8		
[4,]	12	12	11	9	12	8	9	11	12	11	9	10		
[5,]	14	15	13	14	14	15	13	14	14	15	13	13		
[6,]	17	16	17	18	18	16	16	16	18	18	16	18		
	[,39]	[,40]	[,41]	[,42]	[,43]	[,44]	[,45]	[,46]	[,47]	[,48]	[,49]	[,50]		
[1,]	1	1	4	1	2	4	1	1	5	1	1	3		
[2,]	4	4	6	6	3	5	4	6	6	6	4	6		
[3,]	10	7	8	9	8	7	8	9	8	10	8	8		
[4,]	12	10	11	11	12	8	10	10	9	12	11	9		
[5,]	15	14	13	14	14	15	14	14	15	13	13	15		
[6,]	16	18	18	18	16	18	18	18	18	16	18	17		
	[,51]	[,52]	[,53]	[,54]	[,55]	[,56]	[,57]	[,58]	[,59]	[,60]	[,61]	[,62]		
[1,]	4	3	1	2	3	1	3	2	1	3	3	1		
[2,]	6	5	2	5	4	2	6	3	5	4	6	3		
[3,]	11	11	10	7	7	8	7	8	9	7	8	7		
[4,]	12	12	12	12	12	11	8	12	12	12	9	8		
[5,]	14	14	14	15	14	13	14	14	13	15	14	15		
[6,]	17	18	18	17	16	16	17	18	18	17	16	18		
	[,63]	[,64]	[,65]	[,66]	[,67]	[,68]	[,69]	[,70]	[,71]	[,72]	[,73]	[,74]		
[1,]	5	4	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1		
[2,]	6	6	3	6	2	3	3	3	3	5	6	4		
[3,]	8	8	7	11	7	9	8	7	7	8	10	11		
[4,]	9	12	9	12	9	12	10	9	8	12	11	12		
[5,]	13	13	15	13	13	15	13	14	15	14	14	14		
[6,]	17	18	18	17	18	16	17	18	18	16	17	17		
	[,75]	[,76]	[,77]	[,78]	[,79]	[,80]	[,81]	[,82]	[,83]	[,84]	[,85]	[,86]		
[1,]	2	5	5	1	3	1	3	1	5	3	1	2		
[2,]	4	6	6	2	6	6	5	4	6	6	5	6		
[3,]	7	8	11	7	7	9	7	8	7	8	11	10		
[4,]	11	10	12	11	10	12	8	11	11	12	12	11		
[5,]	14	14	15	13	14	13	14	15	14	15	15	15		
[6,]	17	16	16	17	18	17	18	16	16	18	16	16		
	[,87]	[,88]	[,89]	[,90]	[,91]	[,92]	[,93]	[,94]	[,95]	[,96]	[,97]	[,98]		
[1,]	1	1	1	4	3	2	1	1	1	2	2	2		
[2,]	2	5	4	6	4	4	4	4	6	6	6	4		
[3,]	9	7	8	8	9	10	7	7	10	7	8	7		
[4,]	12	12	10	10	12	11	9	12	11	9	11	11		
[5,]	13	13	15	13	15	15	13	15	13	13	13	13		
[6,]	16	16	16	16	17	16	17	16	16	17	18	18		
	[,99]	[,00]												
[1,]	1	2												
[2,]	6	6												
[3,]	7	8												
[4,]	8	12												

[5,]	13	13
[6,]	18	17

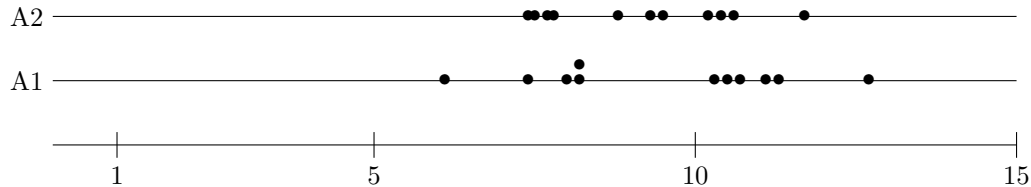
III. eranskina: Ebazkizunak

EBAZPEN GUZTIETARAKO A1 ETA A2 PLANETETAKO DATUAK ERABILI DIRA.

1. ebazkizuna

Bi planetetako errenta datuak hartu eta alderatu diagrama egoki batez. Gero, lehen eta hirugarren kuartilak kalkulatu, eta kuartilen arteko datuen batezbesteko aritmetikoa eman ezazu bi planetetarako. Zein da planeta aberatsena? Kalkulatu duzun neurri hori sendoa al da?

Errenta aldagai kuantitatibo jarraitua da. Datu gutxi ditugunez, diagrama egokiena dot plot edo puntu diagrama da:



A1 planetan errentak 11 inguruan biltzen dira, 9 inguruan gutxi gora behera A2 planetan. Beraz, orokorrean errenta handiagoa da A1 planetan. A1 planetan errentak sakabanatuagoak daude itxuraz.

Kuartilak kalkulatzeko, datuak ordenatu egin behar dira:

A1: 6.1-7.4-8.2-8.2-10.3-10.5-10.7-11.1-11.3-12.7

A2: 7.4-7.5-7.7-7.8-8.8-9.3-9.5-10.2-10.4-10.6-11.7

Lehen kuartila $0.25 \times 11 = 2.75$ gn datua da. Hirugarren kuartila $0.75 \times 11 = 8.25$ gn datua da. Beraz, batezbestekoa 3gn datutik 8gn datura bitarteko datuen batezbestekoa da (teknikoki moztutako batezbesteko deitzen zaie horrelakoei):

$$\bar{m}(A1) = \frac{8 + 8.2 + 8.2 + 10.3 + 10.5 + 10.7}{6} = 9.31$$

$$\bar{m}(A2) = \frac{7.7 + 7.8 + 8.8 + 9.3 + 9.5 + 10.2}{6} = 8.88$$

Beraz, begi bistan aurreratu dugun gisan, A1 planetan errentan batezbestez handiagoak dira.

Ohartu behar da datu multzoa "mozteko"ez dela beharrezkoa kuartilak kalkulatzeko, aski baita kuartil horiek zenbatgarren datuak diren eta hortik kanporako datuak baztertzea.

2. ebazkizuna

Kaxa-diagramak eratu eta alderatu bi planetetako errenta-datueterako.

3. ebazkizuna

Bi planetetako adinen sakabanatzeak alderatu SENDOA EZ DEN neurri bat erabiliz.

4. ebazkizuna

Pobrezia muga 4. dezila izanik planeta bakoitzeko errentetan, pobrezia indize sintetikoa kalkulatu eta interpretatu bi planetetarako.

5. ebazkizuna

Bigarren zutabeko aldagaiak errenta ez, baizik eta bi planetetako populazioaren hazkunde-tasa adierazten badu ondoko ondoko 11 urtetan zehar. Kalkulatu ezazu bi planetetako batez besteko hazkunde tasa.

$$G_{A1} = (1.103 \times 1.113 \times 1.107 \times 1.105 \times 1.080 \times 1.074 \times 1.082 \times 1.127 \times 1.061 \times 1.082 \times 1.111)^{1/11} - 1 = 0.086 = \%8.6$$

$$G_{A1} = (1.093 \times 1.088 \times 1.075 \times 1.078 \times 1.104 \times 1.102 \times 1.106 \times 1.117 \times 1.077 \times 1.095 \times 1.074)^{1/11} - 1 = 0.091 = \%9.1$$

6. ebazkizuna

Bi planetetatik lehenengorako bakarrik, errenten Giniren indizea kalkulatu. Kalkulatu baita ere mediala.

Gogoratu errenta-datuak txikienetik handienara ordenatu behar direla. p_i balioak $1/11, 2/11, \dots$ eginez kalkulatzen dira.

i	p_i	x_i	x_i met	q_i	$p_i - q_i$
1	0,09	6,1	6,1	0,06	0,03
2	0,18	7,4	13,5	0,13	0,05
3	0,27	8	21,5	0,21	0,07
4	0,36	8,2	29,7	0,28	0,08
5	0,45	8,2	37,9	0,36	0,09
6	0,55	10,3	48,2	0,46	0,08
7	0,64	10,5	58,7	0,56	0,07
8	0,73	10,7	69,4	0,66	0,06
9	0,82	11,1	80,5	0,77	0,05
10	0,91	11,3	91,8	0,88	0,03
11	1,00	12,7	104,5	1,00	0,00
	5	104,5			0,623923445

$$G = \frac{0.62}{5} = 0.125$$

Mediala kalkula dezagun orain. Errentaren erdia $104.5/2=52.25$ da. Errenta metatuetan begiratzuz errenta horretara heltzen gara banako errenta 10.5. Beraz, mediala 10.5 da.

7. ebazkizuna

Aztertu adina eta hezkuntza mailaren arteko erlazio estatistikoa, zure bikotetik lehenengo planetarako bakarrik.

Aldagai bat kuantitatiboa (adina) eta bestea (hezkuntza maila) kualitatiboa denez, η^2 (eta) kalkula daiteke erlazio horren sendotasuna neurtzeko.

Hezkuntza-maila altuko adinak: 10.3-10.7-10.5-8-12.7

Hezkuntza-maila baxuko adinak: 11.3-7.4-8.2-6.1-8.2-11.1

$$\bar{x}_a = \frac{10.3 + 10.7 + 10.5 + 8 + 12.7}{5} = 10.44$$

$$\bar{x}_b = \frac{11.3 + 7.4 + 8.2 + 6.1 + 8.2 + 11.1}{6} = 8.71$$

Garbi ikusten da heziketa maila baxukoek adin txikiagoa dutela.

Ema dezagun *eta* neurria:

$$\bar{x} = \frac{8.71 \times 6 + 10.44 \times 5}{11} = 9.49$$

$$\eta^2 = \frac{5 \times (10.44 - 9.49)^2 + 6 \times (8.71 - 9.49)^2}{(10.3 - 9.49)^2 + \dots + (11.1 - 9.49)^2} = 0.20$$

Aipatu dugun erlazio horren sendotasuna ahula da ordea ($\eta^2 < 0.3$).

η estatistikoaren ordez, Cohen-en d ere erabil daiteke.

8. ebazkizuna

Kalkulatu sexuaren eta hezkuntza mailaren arteko lambda neurria, zure bikotetik lehenengo planetan bakarrik, eta interpreta ezazu.

9. ebazkizuna

Bi planetetako sexuaren eta hezkuntza mailaren arteko asoziazioa ikertzean, interakzioa dagoela esan daiteke? Horretarako aski duzu portzentajeak esploratzea.

10. ebazkizuna

Sexuaren eta hezkuntza mailaren arteko asoziazio ikertu zure bikoteko lehenengo planetan, khi karratuan oinarritutako neurri bat baliatuz.

11. ebazkizuna

Kalkulatu eta interpretatu sexuaren eta errentaren arteko Pearsonen korrelazio koefiziente lineala zure bikoteko lehenengo planetan bakarrik. Interpreta ezazu.

12. ebazkizuna

Aztertu kuantitatiboki adinaren eta errentaren arteko korrelazioa, jakinda korrelazio lerromakurra eta monotonikoa dela, baina zure bikoteko lehenengo planetan bakarrik.

13. ebazkizuna

Kalkulatu ρ korrelazio-neurria errentaren eta sexuaren artean, zure bikotetik lehenengo planetarako bakarrik.

14. ebazkizuna

Zure bikotetik lehen planetan, lehenengo bi zutabeek adierazten dituzte, adina eta errenta ez, baizik eta gariaren kontsumoa (Tonatan) eta gariaren prezioa (eurotan Tonako) hurrenez hurren, 11 urtetan zehar. Arto kontsumoa berriz, 11 urte horietan gariarena baino 3 tona handiagoa izan da, eta prezioa 2 euro merkeagoa. Kalkulatu Laspeyres prezio indizeak bi zereal horietarako lehenengo 3 urteetarako. Oinarria: lehen urtea.

16. ebazkizuna

Zure bikotetik lehen planetan, lehenengo bi zutabeek adierazten dituzte, adina eta errenta ez, baizik eta gariaren kontsumoa (Tonatan) eta gariaren prezioa (eurotan Tonako) hurrenez hurren, 11 urtetan zehar. Arto kontsumoa berriz, 11 urte horietan zehar gariarena baino 2 tona handiagoa izan da, eta prezioa 2 euro merkeagoa. Kalkulatu Laspeyres indize kuantikoak bi zereal horietarako lehenengo 3 urteetarako. Oinarria: lehen urtea.

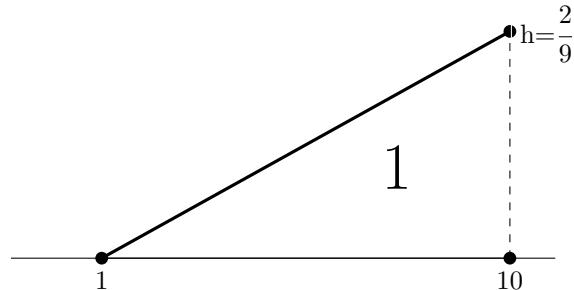
17. ebazkizuna

Zure bikotetik lehen planetan, lehenengo bi zutabeek adierazten dituzte, adina eta errenta ez, baizik eta gariaren kontsumoa (Tonatan) eta gariaren prezioa (eurotan Tonako) hurrenez hurren, 11 urtetan zehar. Arto kontsumoa berriz, 11 urte horietan gariarena baino 2 tona handiagoa izan da, eta prezioa 2 euro merkeagoa. Kalkulatu Laspeyres prezioa indizean bi zerealek duten erreperkutsioa bigarren urtean. Oinarria: lehen urtea.

18. ebazkizuna

Hartu zure bikotetik lehen planetako lehen zutabeko balio txikiena eta balio handiena. Bi balio horien artean zorizko aldagai jarraitu bat dago, balio txikienean 0 dentsitatearekin (dentsitate-funtzioari buruz ari naiz), eta hortik aurrera dentsitatea gora eginez linealki, balio handienera heldu arte. Grafikatu dentsitate funtzioa, adierazi analitikoki, eta kalkulatu aldagaia 5-6 bitartean izateko probabilitatea. Eman banaketa-funtzioa eta kalkulatu horren bitartez arestiko probabilitatea.

Kasu honetan A1 planeteako lehen aldagaiko balio txikiena 1 da, eta handiena 10.



Eman dezagun dentsitate-funtzioaren altuera $x=10$ puntuan. Azpiko azalera 1 izan behar denez eta irudiak triangelu bat osatzen duela kontuan harturik (oinarria= $10-1=9$):

$$\frac{9 \times h}{2} = 1 \rightarrow h = \frac{2}{9}$$

Dentsitate-funtzioa zuzen bat da, eta beraz (x_1, y_1) eta (x_2, y_2) edozein bi puntu definitzen dutena:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Guk puntu hauek hartuko ditugu: $(x_1, y_1) : (1, 0)$ eta $(x_2, y_2) : (10, 2/9)$.

Formulan sartuz:

$$y - 0 = \frac{2/9}{9}(x - 1) = \frac{2}{81}x - \frac{2}{81}$$

Beraz, hau da dentsitate funtzioa:

$$f(x) = \frac{2x}{81} - \frac{2}{81}; \quad 1 < x < 10$$

Eman dezagun eskatutako probabilitatea:

$$P[5 < X < 6] = \int_5^6 \left(\frac{2x}{81} - \frac{2}{81} \right) dx = \left[\frac{x^2}{81} - \frac{2x}{81} \right]_5^6 = \left(\frac{36}{81} - \frac{12}{81} \right) - \left(\frac{25}{81} - \frac{10}{81} \right) = \frac{9}{81} = 0.111$$

Banaketa funtzioa eman dezagun:

$$F(x) = \int_1^x \left(\frac{2x}{81} - \frac{2}{81} \right) dx = \left[\frac{x^2}{81} - \frac{2x}{81} \right]_1^x = \left(\frac{x^2}{81} - \frac{2x}{81} \right) - \left(\frac{1}{81} - \frac{2}{81} \right) = \frac{x^2 - 2x + 1}{81}; \quad 1 \leq x \leq 10$$

Eta orain eman dezagun aurreko probabilitatea:

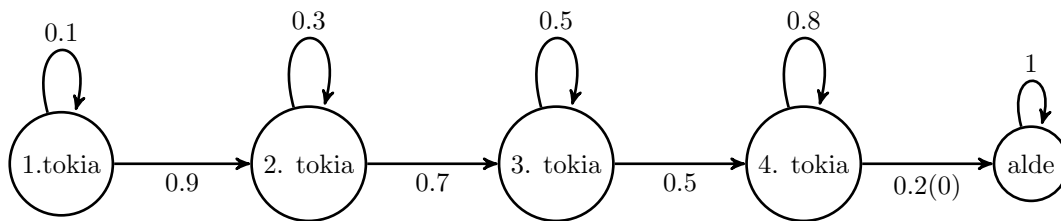
$$P[5 < X < 6] = F(x=6) - F(x=5) = \frac{36 - 12 + 1}{81} - \frac{25 - 10 + 1}{81} = \frac{9}{81} = 0.111$$

19. ebazkizuna

Hartu zure bikotetik lehen planetako lehen zutabeko lehen 4 balioak, eta aurretik jarri 0 koma.

Adibidez, 9, 7, 5 eta 2 badira, 0.9, 0.7, 0.5 eta 0.2 hartu beharko zenituzke.

Planeta horretara berriz ere joan nahi dut baino planifikaziorik gabe: lehen tokira heldu eta hortik egun batera bigarren tokira heltzeko probabilitatea 0.3 da; BESTELA han geratzen naiz berriz ere beste egun bat, eta horren amaieran berriz ere erabaki dezaket alde egitea bigarreneira. Bigarren tokian lehenengoan bezala jokatzen dut, baino 0.3 probabilitatearen ordez, 0.1 (bigarren zenbakia) probabilitatearekin. Eta horrela 4. tokira heldu arte, nondik alde egiten dudan 0.7ko probabilitatearekin. Batezbeste zenbat denbora geratuko naiz planetan?



Toki batetik besterako denbora guztiak (baita toki berera itzuliz ere) egun batekoak dira, azken gezian ezik, non denbora hori 0 den, 4. tokitik alde egiten dudanean planetatik ere alde egiten baitut.

Notazio sinplifikatua baliatuz:

$$T_1 = 0.1(1 + T_1) + 0.9(1 + T_2)$$

$$T_2 = 0.3(1 + T_2) + 0.7(1 + T_3)$$

$$T_3 = 0.5(1 + T_3) + 0.5(1 + T_4)$$

$$T_4 = 0.8(1 + T_4) + 0.2 \times 0$$

Ekuazio-sistema ebatziz, azken ekuaziotik atzera:

$$T_4 = 4 ; T_3 = 6 ; T_2 = 7.42 ; T_1 = 8.53$$

Beraz, 8.53 egunez egongo naiz batezbeste planetan.

20. ebazkizuna

Ebazkizun honetarako ez dituzu planetako datuak hartu behar. Zure NAN zenbakitik 0ak 2 bihurtu. Adierazi zure NANa ariketaren hasieran. Eta orain NANeko zifra handiena eta txikiena hartu. Zifra handiena probabilitate banaketa bateko itxaropena da, eta txikiena desbideratzea. Hurbildu probabilitate hauek: (a) aldagaia 4-11 bitartean izateko probabilitatea. (b) aldagaia 11 baino handiagoa izateko probabilitatea. (c) aldagaia 11 baino handiagoa izateko probabilitatea, banaketa simetrikoa dela suposatuz. (d) aldagaia 11 baino handiagoa izateko probabilitatea, banaketa moda bakarrekoa eta simetrikoa dela kontuan hartuz. Eman beti hurbilketa finena.

Nire NAN zenbakia 12345678 da. Beraz, $\mu = 8$ da, eta $\sigma = 1$.

(a) $P[4 < X < 11]$? Eman dezagun kanpoko probabilitatea (4-11 tartean ez izatekoa alegia), Txebixev erabiliz.

$$\frac{4 + 11}{2} = 7.5 \rightarrow P[|X - 7.5| \geq 3.5] \leq \frac{1^2 + (8 - 7.5)^2}{3.5^2} = 0.1020$$

Beraz, eskatutako probabilitatea $1 - 0.1020 = 0.8980$ baino handiagoa.

(b) $P[X > 11]$? Mutur bateko probabilitatea da. Beraz, Txebixev-Cantelli erabiltzen dugu:

$$P[X \geq 11] = P[X > 8 + 3] \leq \frac{1^2}{1^2 + 3^2} = 0.10$$

Beraz, eskatutako probabilitatea 0.1 baino txikiagoa da.

(c) $P[X > 11]$? Simetria badago, Txebixev erabil daiteke, hortik kanpoko probabilitatea zati 2 eginez.

$$P[X \geq 11] = P[|X - 8| \geq 3]/2 \leq \frac{1^2}{2 \times 3^2} = 0.055$$

Beraz, eskatutako probabilitatea 0.055 baino txikiagoa da.

(d) $P[X > 11]$? Moda bakarrarekin, Vysochanski-Petunin erabiliko dugu, eta simetria izanda, hortik suertatutako probabilitatea zati 2 eginez. Kasu honetan,

$$P[X \geq 11] = P[|X - 8| \geq 3]/2P[|X - 8| \geq 3 \times 1^2]/2 \leq \frac{4}{2 \times 9 \times 3^2} = 0.024$$

Beraz, eskatutako probabilitatea 0.024 baino txikiagoa da.