

Aurrez eta ondoren ordaintzeko interesak

Josemari Sarasola

2016ko abendua

1 Kontzeptua

Demagun 1000€ko mailegu bat eskatu dugula urtebetera. Interesak ordaintzeko bi modu daude:

- (a) epemugan, maileguaren zenbatekoa gehi interesak itzultzea, hau da, $1000(1+i)$; orduan, interesak *ondoren ordaintzekoak* direla esaten da;
- (b) jatorrian, 1000€ko kopurutik interesak ordaintzea, guztira $1000(1-i^*)$ jasoz, eta epemugan 1000€ ordaintzea; orduan, interesak aurrez ordaintzekoak edo *aurreratutakoak* direla esaten da.

Ondoren ordaintzeko interes-tasa i idatziko dugu, eta interes-tasa aurreratua i^* .

Orokorrean, ezer zehazten ez bada, interesak ondoren ordaintzekoak direla pentsatzen da.

2 Kapitalizazio sinplea interes aurreratuarekin

Kapitalizazio sinplearen legea interes aurreratuarekin hau da, non C_0 jatorrian eskuratzen den kapitala, eta C_0^* hasiera batean eskatutakoa eta amaieran, n aldi iragan eta gero, itzuli beharrekoa:

$$C_0 = C_0^* \times (1 - ni)$$

Ohartu behar da aurreko legea merkataritza-deskontuaren legearen baliokidea dela:

$$C_n = C_0 \times (1 - nd)$$

3 Kapitalizazio konposatua interes aurreratuarekin

Kapitalizazio konposatuaren legea interes aurreratuarekin hau da, non C_0 jatorrian eskuratzen den kapitala, eta C_0^* hasiera batean eskatutakoa eta amaieran, n aldi iragan eta gero, itzuli beharrekoa:

$$C_0 = C_0^* \times (1 - i)^n$$

4 Interes aurreratuaren eta ondoren ordaintzeko interesen arteko baliokidetasuna

4.1 Baliokidetasuna kapitalizazio sinplean

Kapitalizazio sinplean, interes aurreratuarekin, $C_0^* \times (1 - ni^*)$ jaso eta C_0^* itzultzen da.

Ondoren ordaintzeko interesarekin, berriz, C_0 jaso eta $C_0 \times (1 + ni)$ itzuli behar da.

Bi interesekin egindako eragiketak baliokidetzeko, jaso eta itzuli egiten dena proportzionalak izan behar dira bi eragiketetan. Bi interesekin itzuli eta jaso egiten dena alderatuz:

$$\underbrace{\frac{C_0^*}{C_0^* \times (1 - ni^*)}}_{\text{interes aurreratuz}} = \underbrace{\frac{C_0 \times (1 + ni)}{C_0}}_{\text{ondoren ordaintzeko interesez}}$$

Hortik:

$$\frac{1}{(1 - ni^*)} = \frac{(1 + ni)}{1}$$

Eta i zein i^* bakanduz baliokidetasun-erlazio hauek eskuratzen dira, kapitalizazio sinplean erabiltzeko:

$$i^* = \frac{i}{1 + ni}$$

$$i = \frac{i^*}{1 - ni^*}$$

4.2 Baliokidetasuna kapitalizazio konposatuan

Kapitalizazio konposatuan, interes aurreratuarekin, $C_0^* \times (1 - i^*)^n$ jaso eta C_0^* itzultzen da.

Ondoren ordaintzeko interesarekin, berriz, C_0 jaso eta $C_0 \times (1 + i)^n$ itzuli behar da.

Bi interesekin egindako eragiketak baliokidetzeko, jaso eta itzuli egiten dena proportzionalak izan behar dira bi eragiketetan. Bi interesekin itzuli eta jaso egiten dena alderatuz:

$$\underbrace{\frac{C_0^*}{C_0^* \times (1 - i^*)^n}}_{\text{interes aurreratuz}} = \underbrace{\frac{C_0 \times (1 + i)^n}{C_0}}_{\text{ondoren ordaintzeko interesez}}$$

Hortik:

$$\frac{1}{(1-i^*)^n} = \frac{(1+i)^n}{1} \rightarrow (1-i^*)^{-n} = (1+i)^n$$

Logaritmoak hartuz:

$$\begin{aligned} -n \ln(1-i^*) &= n \ln(1+i) \rightarrow & -\ln(1-i^*) &= \ln(1+i) \\ &\rightarrow \ln 1 - \ln(1-i^*) &= \ln(1+i) \\ &\rightarrow \ln \frac{1}{(1-i^*)} &= \ln(1+i) \end{aligned}$$

Logaritmoak ezabatuz:

$$\frac{1}{1-i^*} = 1+i$$

Eta i zein i^* bakanduz baliokidetasun-erlazio hauek eskuratzen dira, kapitalizazio konposatuan erabiltzeko:

$$i^* = \frac{i}{1+i}$$

$$i = \frac{i^*}{1-i^*}$$