

ESTADISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Azterketa ebatziak

Irakaslea: Josemari Sarasola

2021-2022 ikasturtea

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea. EHU

Egilea: Josemari Sarasola



Gizapedia

gizapedia.org

AZTERKETA EBAZPENAREKIN BATERA

Ebatzi beharreko problema

STUDOCU apunte-plataformako arduradunek copyright edo egile-eskubideak urratuz igotako apunteen portzentajea %30era heltzen dela jakin dute eta horretaz kezkatutik, urraketa horiek atzeman, ezabatu eta ondorioz kopuru totala murrizteko adimen artifizialeko softwarea txertatu dute plataforman. Software berria txertatu ondoren, *Estadística eta Datuen Análisis* irakasgaian igotako 12 dokumentuetatik, frogatu da 2 baino ez direla iruzurrezko apunte-igoerak. Software berriak iruzurrezko igoerak murriztu dituen aztertu behar da problemaren zehar.

Egin beharreko atazak:

a Hipotesi nulua zehaztasunez planteatu, hitzez nahiz termino kuantitatiboetan.

p : dokumentu bat iruzurrezkoa izateko probabilitatea

H_0 : softwareak ez ditu iruzurrezko igoerak atzematzen: $p \geq 0.3$

b Zein irizpide baliatu duzu aurreko hipotesi nulua zehazteko?

Enuntziatuan aipatzen da iruzurrezko igoerak egin diren aztertu behar dela. Beraz, horri buruzko ustea badago. Eta zuhurtasunez horren aurkakoa hartzen dugu hipotesi nulu gisa (2. irizpidea). Gainera, datuek (12tik 2 iruzurrezko igoera, beraz $2/12 = 16.6\%$) iruzurrak jaitsi direla adierazten dute (normalean %30 izaten dira), eta datuek erakusten dutenaren aurkakoa hartuz ere osa daiteke hipotesi nulua (3. irizpidea).

c p -balioa nola kalkulatu behar den adierazi, kalkulagailuan emaitza atera eta ondoriozko erabakia hartu. Adierazgarritasun-maila: %10.

$\alpha = 0.1$; X : iruzurrezko igoerak 12tik

2 iruzur edo gutxiago izateko probabilitatea mean behar da, 2, 1 edo 0 iruzurreko probabilitateak gehituz:

$$p = P[X \leq 2/p \geq 0.3] = 0.3^2 \cdot 0.7^{10} \cdot \frac{12!}{10!2!} + 0.3^1 \cdot 0.7^{11} \cdot \frac{12!}{11!1!} + 0.3^0 \cdot 0.7^{12} \cdot \frac{12!}{12!0!} = 0.2528153$$

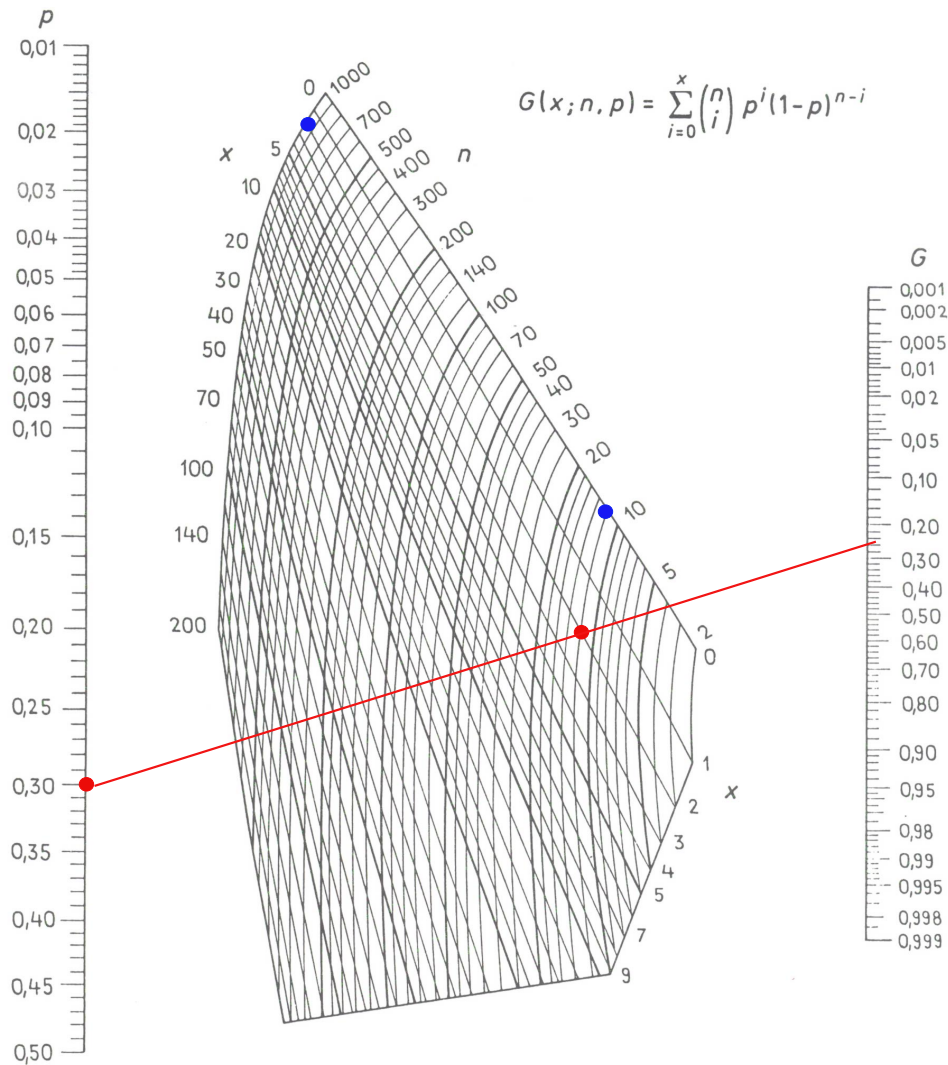
$p > \alpha \rightarrow H_0$ onartu. Beraz, onartu egin behar da iruzurrak ez direla gutxitu. Hobeto esanda, ez dago ebidentzia nahikorik, 2 iruzur baino ez badaude ere, iruzurrak gutxitu direla esateko.

d Eman ezazu p -balioa kalkulatzeko R agindua bi era hauetara:

- agindu bakar baten bitartez:
`> pbinom(2, 12, 0.3)`
- probabilitate sinpleak gehituz, horretarako sekuentzia egokia sortuta:
`> segida=c(0:2)`
`> sum(dbinom(segida, 12, 0.3))`



e] Hurbildu p-balioa Larson nomograma erabiliz.



Emaitza 0.25 ingurukoa da eta eskuz kalkulatu dugunarekin bat dator noski.

f] Iruzurrezko portzentajetzat %20 harturik, zenbat da 200 dokumentuetan, 35 dokumentu baino gehiago iruzurrezko izateko probabilitatea?

200 dokumentuetatik iruzurrezkoen kopurua $B(n=200, p=0.2)$ banatzen da. De Moivre-Laplace teorema aplikatuz:

$$B(n = 200, p = 0.2) \rightarrow N(\mu = np = 40, \sigma = \sqrt{npq} = 5.65)$$

Eskatutako probabilitatea egiteko jarraitutasun-zuzenketa egingo da (oharra: ikasleari ontzat emango zaio egin ala ez):

$$P[X > 35.5] = P\left[Z > \frac{35.5 - 40}{5.65}\right] = P[Z > -0.79] = P[Z < 0.79] = 0.7852361$$



GIZAPEDIA
gizapedia.org

ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA
 EBALUAZIO JARRAITUKO 1. PROBA: Probabilitate-banaketak
 Irakaslea: Josemari Sarasola
 Data: 2022ko martxoak 4 (2. txanda: 9:30). Iraupena: 55min

Ebatzi beharreko problema

Banku batean egunero gertatzen diren diru ateratzeak 1000\$-2000\$ tartean uniformeki banatzen direla uste da.

Egin beharreko atazak:

a Zenbat da hileko 31 egunetan 42.000\$ dolar baino gehiago ateratzeko probabilitatea?

(Oharra: Erosotasunagatik kalkulu guztiak milaka eurotan egingo dira)

Eguneko ateratzen den kopuruaren parametroak ematen ditugu:

$$X \sim U(1, 2) \begin{cases} \mu = \frac{1+2}{2} = 1.5 \\ \sigma^2 = \frac{(2-1)^2}{12} = 0.0833 \end{cases}$$

31 eguneko diru ateratzea honela banatzen LTZ aplikatuz (n aski handia da, independentzia suposatuz egun batetik bestera):

$$\mathbf{X} = X_1 + X_2 + \dots + X_{31} \sim N(\mu = 1.5 \times 31 = 46.5, \sigma = \sqrt{31 \times 0.0833} = 1.6)$$

$$P[X > 42] = P\left[Z > \frac{42 - 46.5}{1.6}\right] = P[Z > -2.81] = P[Z < 2.81] = 0.9975$$

b Zenbat dolarretako erreserba eduki behar da hilabete zehar (31 egunetan) diru ateratze horiei erantzun ahal izateko probabilitatea 0.96 izan dadin?

x erreserba edukita, erantzun ahal izango da diru ateratzeak x baino txikiagoak direnean. Beraz:

$$P[X < x] = P\left[Z < \frac{x - 46.5}{1.6}\right] = 0.96 \rightarrow \frac{x - 46.5}{1.6} = 1.75 \rightarrow x = 49.3$$

Beraz 49.300 dolarreko erreserba eduki beharko da.



GIZAPEDIA
gizapedia.org

□ 80.000\$-eko erreserbekin, zenbat egunetarako daukagu nahikoa %98-ko probabilitateaz?

Aurreko atalean bezala planteatzen dugu, x ordez 80 eta 30 egun ordez n egun hartuz.
 n eguneko diru ateratzea honela banatzen da:

$$\mathbf{X} = X_1 + X_2 + \dots + X_n \sim N(\mu = 1.5 \times n = 1.5n, \sigma = \sqrt{0.0833 \times n} = 0.288\sqrt{n})$$

Probabilitatea planteatzen dugu orain:

$$P[X < 80] = P\left[Z < \frac{80 - 1.5n}{0.288\sqrt{n}}\right] = 0.98 \rightarrow \frac{80 - 1.5n}{0.288\sqrt{n}} = 2.05$$

$$1.5n + 0.5916\sqrt{n} - 80 = 0 \rightarrow 1.5x^2 + 0.5916x - 80 = 0$$

Soluzio positiboa baino ez dugu hartzen:

$$x = 7.10 \rightarrow n = 7.10^2 = 50.41$$

Berz, 50 egunetarako izango dugu nahikoa 80.000 dolarrekin.



GIZAPEDIA
 gizapedia.org

AZTERKETA EBAZPENAREKIN BATERA

Ebatzi beharreko problema

Liburuak saltzen dituen webgune batek 0.5 eskaera jasotzen ditu orduko batez beste, zoriz eta independentziaz. Interneten intzidentzia teknikoak izan dira 5 ordutan zehar, eta haietan liburu bat baino ez da saldu. Horren ondorioz ohiko salmentak gutxitu egin diren aztertu behar da. Laguntza: Banaketa esponentzialaren banaketa funtzioa hau da: $F(x) = P[X < x] = 1 - e^{-\lambda x}$

Egin beharreko atazak:

a Hipotesi nulua zehaztasunez planteatu, hitzez nahiz termino kuantitatiboetan.

H_0 : salmentak ez dira gutxitu: $\lambda(1h) \geq 0.5$: $\lambda(5h) \geq 2.5$

b Zein irizpide baliatu duzu aurreko hipotesi nulua zehazteko?

Enuntziatuan aipatzen da ohiko salmentak gutxitu egin diren aztertu behar dela. Beraz, horri buruzko ustea badago. Eta zuhurtasunez horren aurkakoa hartzen dugu hipotesi nulu gisa (2. irizpidea). Gainera, datuek (5 ordutan 1 salmenta) salmentak jaitsi direla adierazten dute (normalean $0.5 \times 5 = 2.5$ izaten da), eta datuek erakusten dutenaren aurkakoa hartuz ere osa daiteke hipotesi nulua (3. irizpidea).

c p-balioa nola kalkulatu behar den adierazi, kalkulagailuan emaitza atera eta ondoriozko erabakia hartu. Adierazgarritasun-maila: %10.

$\alpha = 0.1$

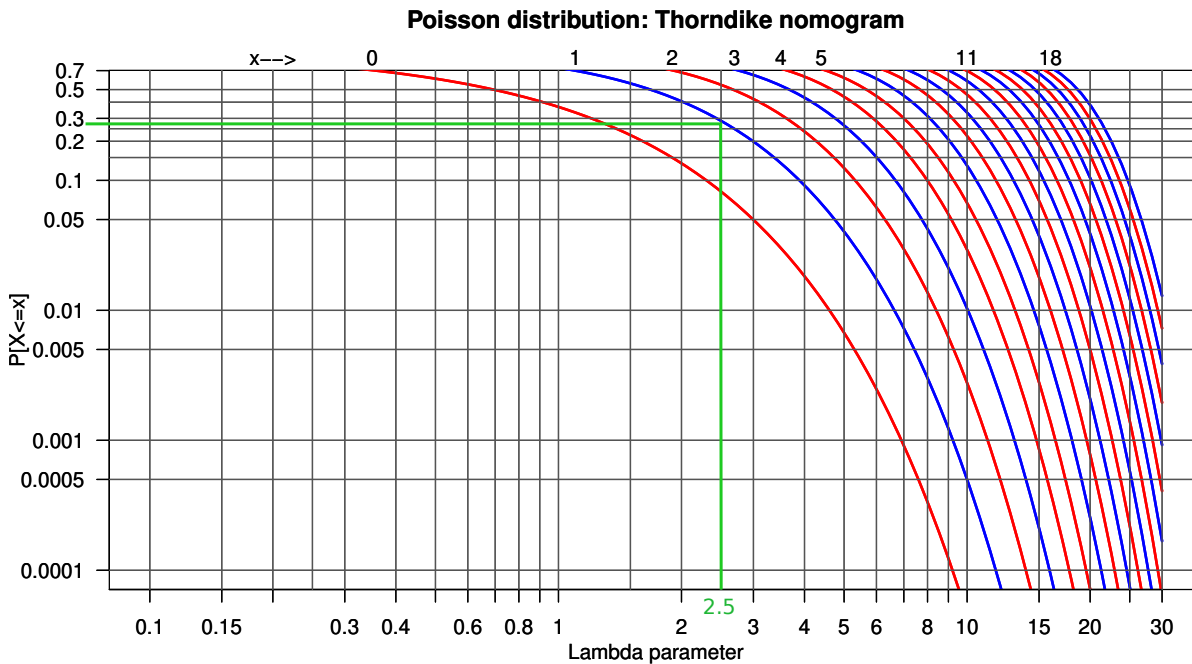
$$p = P[X(5h) \leq 1/\lambda(5h) \geq 2.5] = P[X(5h) = 1] + P[X(5h) = 0] = \frac{e^{-2.5} 2.5^1}{1!} + \frac{e^{-2.5} 2.5^0}{0!} = 0.2872975 > \alpha$$

$p > \alpha \rightarrow H_0$ onartu. Beraz, onartu egin behar da salmentak ez direla gutxitu. Hobeto esanda, ez dago ebidentzia nahikorik, liburu bakarria salduta ere, salmentak gutxitu direla esateko.



GIZAPEDIA
gizapedia.org

d Har ezazu zure Thorndike nomogramatik behar duzun orria eta bertan hurbildu aurreko probabilitatea. (EZ AHAZTU AZTERKETA ORRI HORREKIN BATERA ENTREGATZEA!)



Berdez marraztutako koordinatuak hartuta, ardatz bertikalean ikus daiteke eskatutako probabilitatea 0.28 dela gutxi gorabehera.

e Eskaera bat iritsi berri da, eta hura bideratzeko 36 minutu beharko direla uste da. Zenbatekoa da hurrengo eskaera iristerako lehenengoa bideratuta izateko probabilitatea?

Hurrengo eskaera iristerako lehenengoa bideratuta izango da, hurrengo eskaera 36 minutuko baino epe luzeago batera iristen denean. Egin dezagun kalkulua ordutan: 36 minutu $36/60=0.6$ ordu dira. Beraz:

$$P[X > 36min] = P[X > 0.6h] = 1 - P[X < 0.6h] = 1 - (1 - e^{-0.5 \times 0.6}) = e^{-0.5 \times 0.6} = e^{-0.3}$$

Minututan ere egin daiteke, $\lambda(1min) = 0.5/60$ harturik:

$$P[X > 36min] = 1 - P[X < 36min] = 1 - (1 - e^{(-0.5/60) \times 36}) = e^{-0.5 \times 0.6} = e^{-0.3}$$

f Nola banatzen da hurrengo laugarren eskaerara arteko denbora ordutan? Notazio matematikoa erabili.

Gamma banaketaren araberakoa da:

$$X : \text{denbora ordutan} \sim \Gamma(k = 4, \lambda(1h) = 0.5)$$



GIZAPEDIA
gizapedia.org

g Eta aurrekoarekin loturik, zenbatekoa laugarren eskaerara arteko denbora 2 ordu baino laburragoa izateko probabilitatea? Eraitza adierazita utzi, kalkulagailuan sartzeko prest.

Laugarren eskaerara arteko denbora 2 ordu baino laburragoa izango da, 2 ordutan 4 eskaera edo gehiago jasotzen direneran. Beraz, $\lambda(2h) = 0.5 \text{ times } 2 = 1$ hartuz, hau da eskatutako probabilitatea:

$$P[X(2h) \geq 4] = 1 - P[X(2h) \leq 3] = 1 - \left(\frac{e^1 2.5^0}{0!} + \frac{e^1 2.5^1}{1!} + \frac{e^1 2.5^2}{2!} + \frac{e^1 2.5^3}{3!} \right)$$

h Zenbat eskaera ziurta daitezke gutxienez 4 egunetan zehar (96 ordu) %92ko probabilitateaz? Hurbilketa normala erabili horretarako.

96 orduko lambda parametroa $0.5 \times 96 = 48$ da. $\lambda \geq 30$ dugunez, hurbilketa normala ontzat eman dezakegu:

$$P(\lambda = 48) \longrightarrow N(\mu = 48, \sigma = \sqrt{48} = 6.93)$$

Eskaera kopuru bat ziurtatzea normalean x kopuru minimo bat ematea dela esan daiteke. Beraz, honela planteatzen dugu galdera:

$$P[X > x] = P\left[Z > \frac{x - 48}{6.93}\right] = 0.92 \rightarrow \frac{x - 48}{6.93} = -1.405 \rightarrow x = 38.26 \rightarrow 36(\text{zuhurtasunez})$$

Beraz, ziurta daiteke 4 egunetan 36 eskaera izango direla gutxienez.

Oharra: jarraitutasun-zuzenketa ez da egin.



ESTADÍSTIKA ENPRESARA APLIKATUA (Testa)

Irakaslea: Lorea Mendiola / Josemari Sarasola

Data: 2022ko maiatzaren 31a, 10:00

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 1 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Okerrak edo hutsean utzitakoak ez du punturik kentzen.

- (1) Pieza akasgabeen p proportzioari buruz proba estatistikoa bat garatu behar da banaketa binomiala oinarritzat hartuz. Hipotesi nulu hau zehaztu da: $H_0 : p > 0.6$. 10 piezatik 2 baino ez dira izan akasgabeak. Kalkulatu p balioa.
 - (a) 0.012
 - (b) 0.022
 - (c) 0.032
 - (d) 0.042
- (2) Ehorztetxe batean heriotza-abisuen arteko batez besteko denbora 4 ordukoa da. Zenbat da ordubete heriotza-abisurik ez izateko probabilitatea?
 - (a) 0.4788
 - (b) 0.5788
 - (c) 0.6788
 - (d) 0.7788
- (3) Zer adierazten du $\Gamma(k, \lambda)$ gamma banaketari dagokion zorizko aldagaiak?
 - (a) k denboran, λ gertaera izatea, gertaerak zoriz eta independentziaz gertatzen direla.
 - (b) k gertaera izatea, gertaerak λ tasa baten arabera gertatzen direla zoriz.
 - (c) λ denboran k gertaera izatea, gertaerak zoriz eta independentziaz gertatzen direla.
 - (d) k -garren gertaera izan arteko denbora, gertaerak λ tasa baten arabera gertatzen direla zoriz
- (4) Nola deritzo banaketa normal independenteen batura banaketa normalaren arabera banatzen dela dioen propietate edo teoremari?
 - (a) Limitearen teorema zentrala
 - (b) Ugalkortasuna
 - (c) Baturaren teorema limitea.
 - (d) Batukortasuna.
- (5) Zein da egia honako hauetatik?
 - (a) Esangura-maila zenbat eta handiagoa, orduan eta aiseago baztertzen da hipotesi nulua.
 - (b) Esangura maila zenbat eta handiagoa, orduan eta aiseago onartzen da hipotesi nulua.
 - (c) Hipotesi nuluarekiko sinesmen-maila handia bada, esangura-maila altua ezarriko da.
 - (d) Aurreko biak dira egiazkoak.

Izena eta abizenak: Josemari Sarasola

Galdera	Erantzuna
1	a
2	d
3	d
4	b
5	a

KOPURUA

ONGI	5
GAIZKI	0
ERANTZUN GABE	0

ESTADÍSTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakaslea: Josemari Sarasola (Bernoulli prozesuetatik LTZra)

Data: 2022ko maiatzaren 31a, 10:00

I. ebazkizuna (1.5 puntu)

Donostian 346 bizikleta lapurreta salatu ziren 2021 urtean, eta haietatik 152, ekainetik irailera bitartean izan ziren. 4 hilabete horietan lapurretak ugariagoak edo urriagoak diren aztertu behar da. %5eko esangura-maila ezarri da.

Formula lagungarriak (denak ez dira erabili behar):

$$\begin{aligned} \bullet X \sim B(n, p) : P[X = x] &= p^x (1-p)^{n-x} \frac{n!}{x!(n-x)!} & \bullet X \sim B(n, p) &\longrightarrow N(\mu = np; \sigma = \sqrt{npq}) \\ \bullet X \sim P(\lambda) : P[X = x] &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} & \bullet X \sim P(\lambda) &\longrightarrow N(\mu = \lambda; \sigma = \sqrt{\lambda}) \end{aligned}$$

(a) Kalkulu sinpleak garatu itzazu, azterketaren nondik norakoak zehazteko (lapurretak uste baino urriagoak edo ugariagoak diren adierazteko).

- Hilabete guztiak berdina balira, lapurretak uniformeki gertatuko balira alegia, batez beste udako hilabeteetan $346 \times (4/12) = 115.33$ lapurreta izango lirateke.
- 152 lapurreta izan dira udan.
- Beraz, badirudi udan lapurretak ugalduta egiten direla.

(b) Hipotesi nulua zehaztasunez planteatu.

Aurreko atalean adierazitakoaren arabera, hipotesi nulu gisa datuek erakusten dutenaren aurkakoa hartu behar da hipotesi nulutzat, lapurretak udan ez direla maizago gertatzen alegia. Lapurretak uniformeki gertatuz gero, lapurreta bat udan izateko p probabilitatea $4/12=0.33$ denez

$H_0 : p \leq 0.33$ (udan lapurretak maizago EZ)

(c) p -balioa kalkulatu eta erabakia hartu

Hipotesi nulupean udan gertatzen diren X lapurreten kopurua honela banatzen da: $X \sim B(n = 346, p = 0.33)$

$n > 30$ dugunez, De Moivre-Laplace teorema erabil daiteke:

$$B(n = 346, p = 0.33) \longrightarrow N(\mu = np = 114.18; \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{346 \times 0.33 \times 0.66} = 8.68)$$

p balioa kalkulatzeko dugu (probaren norabidea eskubitik da, hipotesi nulua (p txikia) udan lapurreta *asko* gertatzen direnean baztertzen baita (azken probabilitatea R -rekin kalkulatu da, taulak erabiliz ia 0 emango luke):

$$p = P[X > 152] = P\left[Z > \frac{152 - 114.18}{8.68}\right] = P[Z > 4.35] = 0.0000068$$

$p < \alpha$ betetzen denez, hipotesi nulua baztertu eta udan lapurretak ugalduta egiten direla erabaki behar da.

(d) Zenbat lapurreta izan beharko lirateke gutxienez udako hilabeteetan lapurretak maizago gertatzen direla erabakitzeko? (Hots, kalkulatu balio kritikoa)

Balio kritikoa x_0 izendatuz:

$$P[X > x_0] = P\left[Z > \frac{x_0 - 114.18}{8.68}\right] = 0.05 \rightarrow \frac{x_0 - 114.18}{8.68} = 1.64 \rightarrow x_0 = 114.18 + 8.68 \times 1.64 = 128.41$$

Udan 128.41 lapurreta baino gehiago gertatzen direnean, udan lapurretak maizago gertatzen direla erabaki behar da.

ERANSKINA

Aurreko problema beste modu batera ere ebaz daiteke.

X zorizko aldagaia 346 lapurretatik egun jakin batean suertatzen direnen kopurua izanik,

$$X \sim B(n = 346, p = \frac{1}{365}) \longrightarrow P(\lambda = np = \frac{346}{365} = 0.98)$$

Hau da, batezbeste lapurreta guztietatik zoriz 0.98 lapurreta gertatzen da batez beste eguneko. Lau hilabeteko epe batera eramanez, Y udako lau hilabetetan gertatzen den lapurreta kopurua honela banatzen da, urte osoko 346 lapurretatik, honela banatzen da:

$$Y \sim P(\lambda = 120 \times 0.98 = 117.6) \longrightarrow N(\mu = 117.6, \sigma = \sqrt{117.6} = 10.84)$$

p balioa honela kalkulatu genuke:

$$p = P[X > 152] = P\left[Z > \frac{152 - 117.6}{10.84}\right] = P[Z > 3.17] = 0.0007$$

Eta balio kritikoa honela:

$$P[X > x_0] = P\left[Z > \frac{x_0 - 117.6}{10.84}\right] = 0.05 \rightarrow \frac{x_0 - 117.6}{10.84} = 1.64 \rightarrow x_0 = 117.6 + 10.84 \times 1.64 = 135.38$$

Emaitzak desberdinak dira (kasu honetan, azken ondorioak berdinak izan arren), hurbilketa desberdinak erabiltzen direlako (egutegi efektuak -120 eguneko epea- alde batera utzita). Zehatzagoa lehenengoa da, De Moivre-Laplace teoremarekin egiten dena, zuzeneko emaitza ematen duelako, Poisson bidez egiten dena bi pausotan egiten den bitartean.

II. ebazkizuna (1.5 puntu)

Basamortu batean zehar bidaia luzea egin behar duen txirrindulari batek bere gailu elektronikoak kargatzeko egunero behar duen energia banaketa uniformearen arabera da 3-4 mAh tartean.

(a) 40 egunetarako zenbat energia beharko du gutxienez %90eko probabilitateaz?

$$X \sim U(3, 4) \left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{3+4}{2} = 3.5 \\ \sigma^2 = \frac{(4-3)^2}{12} = 0.0833 \end{array} \right.$$

40 egunetarako behar den energia honela banatzen da LTZ aplikatuz (n aski handia da, independentzia suposatuz egun batetik bestera):

$$\mathbf{X} = X_1 + X_2 + \dots + X_{40} \sim N(\mu = 3.5 \times 40 = 140, \sigma = \sqrt{40 \times 0.0833} = 1.82)$$

$$P[X > x] = P\left[Z > \frac{x - 140}{1.82}\right] = 0.90 \rightarrow \frac{x - 140}{1.82} = -1.28 \rightarrow x = 137.67 \text{mAh}$$

(b) 10 mAh-ko 20 bateria eramaten baditu (beraz, guztira 200 mAh-ko karga badarama), zenbat egunetarako du nahikoa %99ko probabilitateaz?

Beraz, 200mAh-ko erreserba du.

Kalkulatu nahi dugun n eguneko kontsumo kopurua honela banatzen da:

$$\mathbf{X} = X_1 + X_2 + \dots + X_n \sim N(\mu = 3.5n, \sigma = \sqrt{0.0833 \times n} = 0.288\sqrt{n})$$

200mAh nahiko izango dira n egun horietako kontsumoa 200mAh baino txikiagoa denean:

$$P[X < 200] = P\left[Z < \frac{200 - 3.5n}{0.288\sqrt{n}}\right] = 0.99 \rightarrow \frac{200 - 3.5n}{0.288\sqrt{n}} = 2.32$$

Bigarren mailako ekuazioa ebatziz:

$$3.5n + 0.668\sqrt{n} - 200 = 0 \rightarrow 3.5x^2 + 0.668x - 200 = 0 \rightarrow x = 7.46 \rightarrow n = 7.46^2 = 55.65 \rightarrow 55 \text{ egunetarako (zuhurtasunez)}$$

ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA (Testa)

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2022ko ekainaren 30a, 16:00

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 1 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.2 puntu balio du. Okerrak 0.1 puntu kentzen du. Hutsean utzitakoak ez du punturik kentzen.

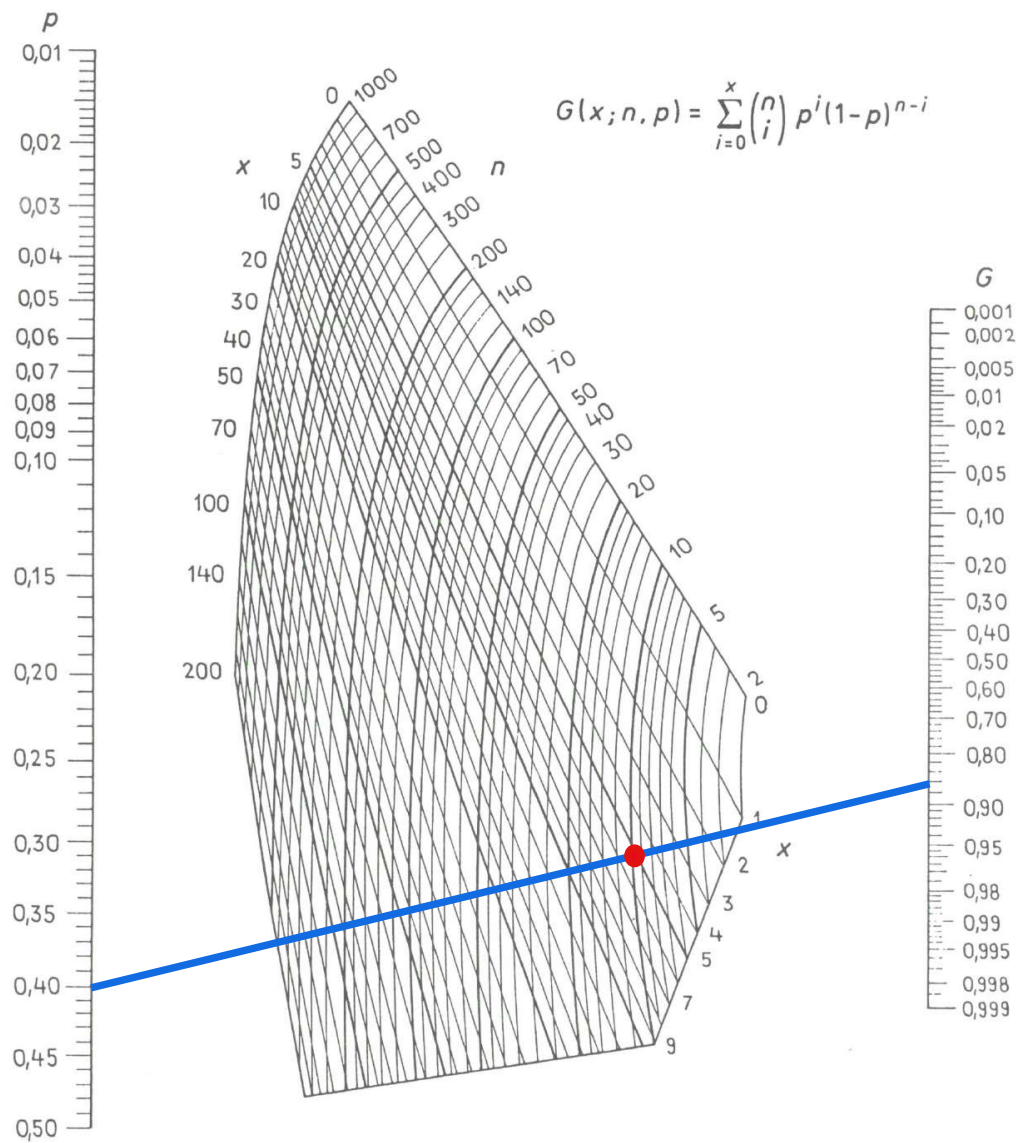
- (1) Pieza akastun bat ekoitzeko probabilitatea 0.40 da. 20 pieza ekoitzi dira. Zenbat da gutxi gorabehera 10 pieza akastun edo gutxiago ekoitzeko probabilitatea? Erabili nomograma.
 - (a) 0.58
 - (b) 0.68
 - (c) 0.78
 - (d) 0.88
- (2) Ekoizpen prozesu batean geldialdiak zoriz gertatzen dira denboran zehar, orduko 20ko batez besteko tasa batez. Zenbat da ordubeteen 10 geldialdi edo gutxiago izateko probabilitatea? Erabili nomograma.
 - (a) 0.01
 - (b) 0.05
 - (c) 0.10
 - (d) 0.15
- (3) Geldialdiak zoriz gertatzen dira ekoizpen-prozesu batean. Geldialdi batetik bestera batezbeste 4 minutu daude. Zenbat da 10 minututan 2 geldialdi izateko probabilitatea?
 - (a) 0.15
 - (b) 0.20
 - (c) 0.25
 - (d) 0.30
- (4) Zein da $N(\mu = 10, \sigma = 2)$ batean bere azpitik 0.14ko probabilitatea uzten duen balioa?
 - (a) 7.84 gutxi gorabehera
 - (b) 9.64 gutxi gorabehera
 - (c) 10.64 gutxi gorabehera
 - (d) 12.84 gutxi gorabehera
- (5) Pertsona batek X alderdiari botoa emateko probabilitatea 0.2 da, pertsona batetik bestera independentzia dagoelarik. Zenbat da 1000 pertsonen artean 180 baino gehiagok X alderdiari botoa emateko probabilitatea gutxi gorabehera?
 - (a) 0.057
 - (b) 0.077
 - (c) 0.097
 - (d) 0.117

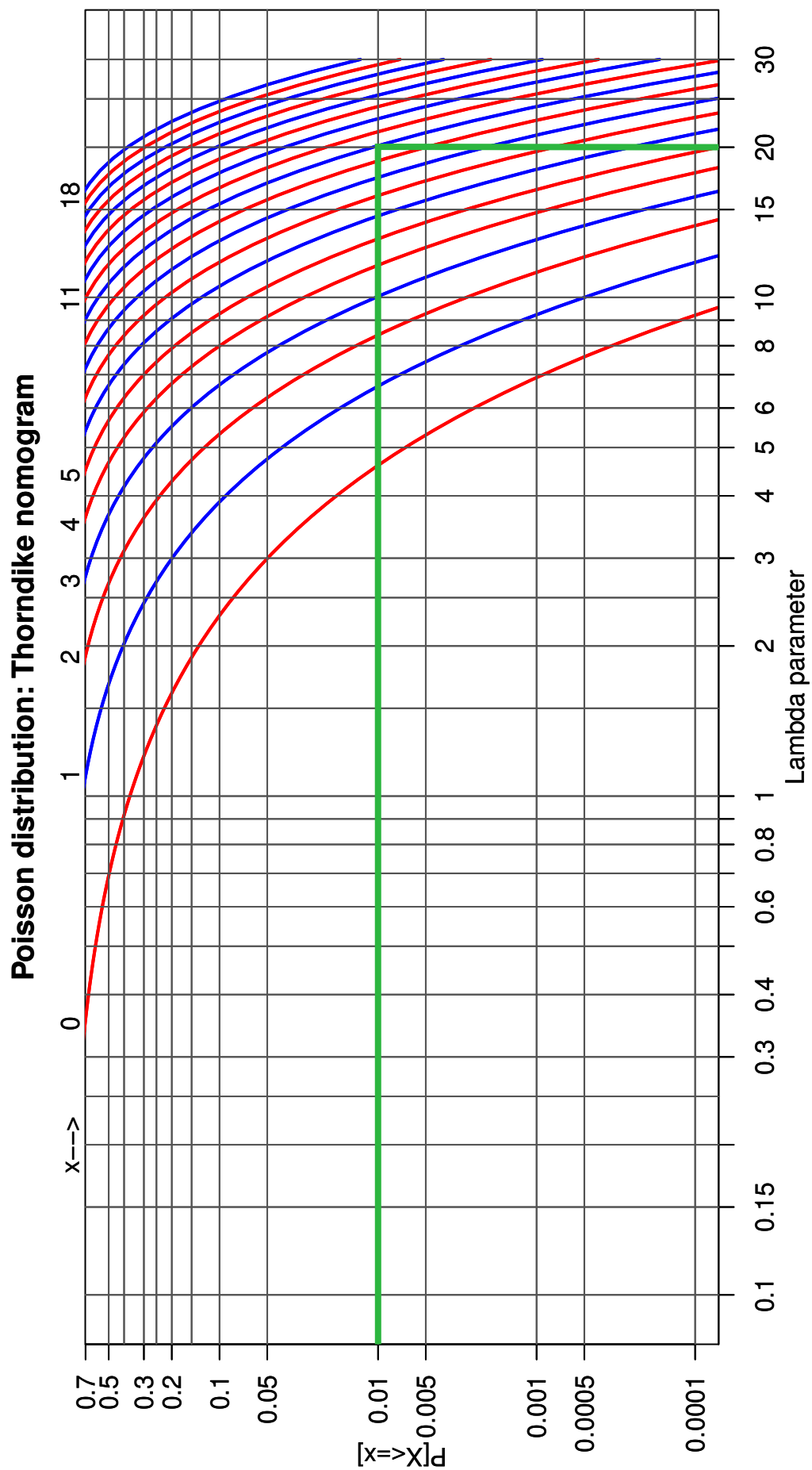
Izena eta abizenak: Josemari Sarasola Ledesma

Galdera	Erantzuna
1	d
2	a
3	c
4	a
5	a

KOPURUA

ONGI	5
GAIZKI	0
ERANTZUN GABE	0





ESTADISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Data: 2022ko ekainaren 30, 16:00

AZTERKETA EBATZIA

I. ebazkizuna (1 puntu)

Populazio batean gaixotasun arraro jakin bat pairatzeko probabilitatea 100.000 pertsonako 6 da. Populazio horretako eskualde batean 40.000 pertsona bizi dira, eta han kasu bakarra atzeman da. Adierazgarritasun-mailatzat %1 harturik, har ezazu gaixotasun horren prebalentziari buruzko erabaki bat, hipotesi nulua hitzez eta zenbakiz adieraziz eta beharrezko kalkuluak eginez.

Gaixo kopurua eskualdean (prebalentzia, alegia) $B(40.000, p = 6/100.000)$ banatzen da. n handia eta p txikia denez, Poisson hurbilketa erabil daiteke X gaixo kopuruaren hurbilketa gisa: $P(\lambda = 40.000 \times 0.00006 = 2.4)$.

Beraz, batezbeste 2.4 gaixo izan beharko lirateke ohiko prebalentziaren arabera eskualdean, baino 1 bakarra suertatu da. Beraz, dirudienez, prebalentzia txikiagoa da, eta ondorioz, hipotesi nulu gisa, aurkakoa hartzen dugu, prebalentzia 100.000 6 baino handiagoa dela alegia, eta ondorioz eskualdean batezbeste 2.4 gaixo baino gehiago dela:

$$H_0 : \lambda \geq 2.4$$

Hipotesi nulua baztertzen dugu gaixo kopurua txikia denean. Beraz, baztertze-eremua behetik dago p balioa kalkulatzeko:

$$p = P[X \leq 1] = P[X = 0] + P[X = 1] = \frac{e^{-2.4} 2.4^0}{0!} + \frac{e^{-2.4} 2.4^1}{1!} = 0.308$$

$p > \alpha$ dugunez, hipotesi nulua onartu eta beraz eskualdean gaixo kopurua edo prebalentzia txikiagoa dela baieztatzeko ebidentzia aski ez dago.

II. ebazkizuna (2 puntu)

- (a) X akzio batek egun batean gora egin dezake 2 puntu 0.3ko probabilitateaz eta 1 puntu jaitsi 0.7ko probabilitateaz. Zenbat da 180 merkatu-saiotan zehar galtzen ateratzeko probabilitatea?
- (b) Y akzio batekin 1 puntu irabazten da egun batean 0.6ko probabilitateaz eta 1 puntu galdu 0.4 probabilitateaz. Zenbat da 180 merkatu saiotan zehar irabazten ateratzeko probabilitatea?
- (c) X eta Y akzio bana hartzen bada, eta horien irabaziaz edo galerak gehitu, zenbat da 180 saiotan irabazten ateratzeko probabilitatea? Aurreko ataletako emaitzetatik abiatutik, zein erregela edo teorema darabilzu puntu hau garatzeko?

(a) 180 eguneko galera-irabazia banaketa normalaren arabera izango da, LTZ baliatuz (180 i30, eta egunak independenteak direla suposatzen dugu). Horren parametroak jakiteko, eguneko batezbestekoa eta bariantza behar ditugu:

x	$p(x)$	$xp(x)$	$x^2p(x)$
-1	0.7	-0.7	0.7
2	0.3	0.6	1.2
1	$\mu = -0.1$		$\alpha_2 = 1.9$

$$\mu = -0.1 ; \sigma^2 = 1.9 - (-0.1)^2 = 1.89$$

X irabazi totala izanik, eta esan bezala, LTZ baliatuz:

$$X \sim N(\mu = -0.1 \times 180 = -18; \sigma = \sqrt{1.89 \times 180} = 18.44)$$

Eskatutako probabilitatea honela kalkulatzen da:

$$P[X < 0] = P\left[Z < \frac{0 - (-18)}{18.44}\right] = P[Z < 0.97] = 0.8339$$

(b) Aurreko atalean bezala egiten dugu:

y	$p(y)$	$yp(y)$	$y^2p(y)$
-1	0.4	-0.4	0.4
1	0.6	0.6	0.6
1	$\mu = 0.2$		$\alpha_2 = 1$

$$\mu = 0.2 ; \sigma^2 = 1 - 0.2^2 = 0.96$$

Y irabazi totala izanik, eta esan bezala, LTZ baliatuz:

$$Y \sim N(\mu = 0.2 \times 180 = 36; \sigma = \sqrt{0.96 \times 180} = 13.14)$$

Eskatutako probabilitatea honela kalkulatzen da:

$$P[Y > 0] = P\left[Z > \frac{0 - 36}{13.14}\right] = P[Z > -2.73] = 0.99683$$

(c)

$Z=X+Y$ aldagaia, akzio bana gehituz lortzen den irabazia alegia, banaketa normalaren arabera da, batugaiak ere banaketa normalaren arabera baitira, **ugalkortasunaren propietatearen arabera**:

$$Z = X + Y \sim n(\mu = -18 + 36 = 18, \sigma = \sqrt{18.44^2 + 13.14^2} = 22.64)$$

Eskatutako probabilitatea honela kalkulatzen da:

$$P[Z > 0] = P\left[Z > \frac{0 - 18}{22.64}\right] = P[Z > -0.795] = 0.7866$$