ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Azterketa ebatziak

2023-2024 ikasturtea

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea. EHU

Egilea eta irakasgaiaren irakaslea: Josemari Sarasola

Gizapedia

gizapedia.org

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2024ko urtarrilaren 11, 10:00

Iraupena: 90 min

I. ebazkizuna *(2.75 puntu)*

Mus musculus sagu arruntaren espeziearen izen zientifikoa da. Espezie hori da laborategietan gehien erabiltzen dena esperimentuak egiteko, bereziki BALB/c leinua, albinoa eta begi gorriak dituena, bere homogenotasunagatik. Ikerketa baten baitan, leinu horren espezimen edo ale batzuen biziraupen-denborak jaso dira (egunetan) substantzia toxiko baten dosia emanda, sexuaren arabera bereizita. Hona hemen datuak:

Arrak: 25-28-34-39-22-30-41-26-36-42-45
Emeak: 24-26-32-12-29-30-43-23-21

Egin beharreko atazak:

(a) Zein da biziraupen-denbora sakabanatuenak dituen sagu-sexua? Erabili ezazu sakabanatze-neurri sendo bat erantzuna emateko.

(b) Bi sexuei dagokien kaxa-diagramak eratu eta marraztu, ohiko kalkulu-taula erabiliz horretarako. Emaitzak interpretatu, (i) zentro edo batezbestekoari buruz; (ii) sakabanatzeari buruz. Justifikatuta al zegoen aurreko atalean neurri sendoa erabiltzea? Zergatik?

(c) Kalkulatu bi sexuen arteko batezbesteko aritmetiko sinpleen arteko aldea eta horren efektuaren tamaina kalkula eta interpreta ezazu Cohen-en d neurriaren bitartez.

(a)

Neurri sendo gisa kuartil arteko ibiltartea hartuko dugu (gainera, hori ongi etorriko zaigu gero kaxa-diagrama eratzeko, ;)).

Datuak ordenatu behar ditugu horretarako lehenbizi:

Arrak: 22-25-26-28-30-34-36-39-41-42-45
Emeak: 12-21-23-24-26-29-30-32-43

Mediana ere kalkulatu beharko da, kuartil arteko ibiltartea erlatiboki eman eta horrela bi sakabanatze-neurriak alderatu ahal izateko. Bi datu-kopuruak bakoitiak direnez, mediana erdiko datua izango da, besterik gabe.

Arrak

$Q_1?11 \times 0.25 = 2.75 gn\ datua \rightarrow Q_1 = (1-0.75) \times 25 + 0.75 \times 26 = 25.75$

$Q_3?11 \times 0.75 = 8.25 gn\ datua \rightarrow Q_1 = (1-0.25) \times 39 + 0.25 \times 41 = 39.5$

$Me = 34$

Emeak

$Q_1?9 \times 0.25 = 2.25 gn\ datua \rightarrow Q_1 = (1-0.25) \times 21 + 0.25 \times 23 = 21.5$

$Q_3?9 \times 0.75 = 6.75 gn\ datua \rightarrow Q_1 = (1-0.75) \times 29 + 0.75 \times 30 = 29.75$

$Me = 26$

Kalkula dezagun orain sakabanatzeak alderatzeko neurri erlatiboa:

$$Arrak: \frac{IQR}{Me} = \frac{39.5 - 25.75}{34} = 0.404$$

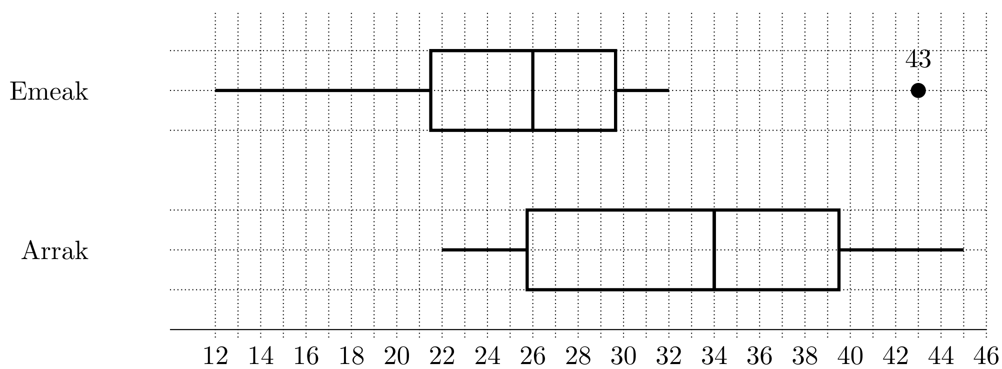
$$Emeak: \frac{IQR}{Me} = \frac{29.75 - 21.5}{26} = 0.317$$

Hartara, biziraupen-denbora sakabanatuenak dituztenak arrak dira.

(b)

Kalkulu-taula

Parametroa	Arrak	Emeak
Me	34	26
Q_1	25.75	21.5
Q_3	39.5	29.75
$1.5(Q_3 - Q_1)$	20.625	12.375
$Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$	5.125	9.125
$Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$	60.125	38.875
albo-balioak azpitik	22	12
albo-balioak gainetik	45	32
outlier azpitik	-	-
outlier gainetik	-	43



- Zentroari buruz, arrek bizitza luzeagoa izaten dute (mediana edo erdiko marrari erreparatuz).
- Sakabanatzeari buruz, arrek biziraupen-denbora sakabanatuagoak dituzte (kaxa zabalagoa dutelako).
- Sakabanatzerako neurri sendoa erabiltzea justifikatuta dago, neurri estatistikoetan eragiten duen datu atipiko bat agertzen delako.

$\boxed{\text{(c)}}$

Arrak: x; emeak: y

x	x^2	y	y^2
22	484	12	144
25	625	21	441
26	676	23	529
28	784	24	576
30	900	26	676
34	1156	29	841
36	1296	30	900
39	1521	32	1024
41	1681	43	1849
42	1764	-	-
45	2025	-	-
368	12912	240	6980

$$\overline{x} = \frac{368}{11} = 33.45 \ ; \ \overline{y} = \frac{240}{9} = 26.66$$

Batezbestekoen arteko diferentzia kalkulatuta, arrek orohar 6.79 egun gehiago irauten dutela ikusten dugu. Cohen-en d koefizientearen bitartez diferentzia hau zenbateraino den adierazgarria ikusiko dugu. Horretarako, saguen sexuaren araberako bariantzak eman behar ditugu lehenbizi:

$$s_x^2 = \frac{12912}{11} - 33.45^2 = 54.91 \ ; \ s_y^2 = \frac{6980}{9} - 26.66^2 = 64.80$$

Ohartzekoa da kuartil arteko ibiltartea hartuta arrek sakabanatze handiagoa duten arrek, emeek bariantza handiagoa dutela, emeen artean dagoen datu atipikoak eraginda.

Orain, bi sexuetarako desbideratze bateratua (*pooled deviation*) kalkulatzen dugu:

$$s = \sqrt{\frac{11 \times 54.91 + 9 \times 64.80}{11 + 9 - 2}} = 8.12$$

Kalkula dezagun Cohen-en d:

$$d = \frac{6.79}{8.12} = 0.83$$

0.8 baino handiagoa denez, efektuaren tamaina, batezbestekoen arteko aldearen indarra alegia, handia dela esan daiteke.

II. ebazkizuna *(2.5 puntu)*

Teoria sexologiko baten arabera, emakumeek koitoan zehar orgasmora heltzeko joera klitoritik baginaren sarrerara dagoen distantziaren araberakoa da. Ildo horretatik, emakumeak hiru taldeetan sailkatzen dira: teleklitoridianoak (klitoria baginatik urrun daukatenak), mesoklitoridianoak (klitoria baginatik distanzia ertain batera dutenak) eta paraklitoridianoak (klitoria baginatik gertu dutenak). Teoria horren arabera, emakume paraklitoridianoak aise edo erraz helduko lirateke orgasmora koitoan, eta emakume teleklitoridianoek, berriz, zailtasunak izango lituzkete orgasmoa lortzeko. Teoria hori baieztatu edo ukatzeko, ikerketa bat zabaldu da 18-35 urte bitarteko 30 emakumeren artean: ginekologo talde batek tele, meso edo paraklitoridianoak diren zuzeneko behaketaz jaso ondoren, koitoa praktikatzen dutenean gehienetan orgasmora heltzeko joera duten galdetu zaie, aurretiko estimulazioarekin nahiz gabe, orgasmoa lortzen duten aldi kopurua orgasmoa lortzen ez duten aldi kopurua baino handiagoa den alegia. Emaitzak hauek dira (kodifikazioa: teleklitoridianoa, "t"; mesoklitoridianoa, "m"; paraklitoridianoa, "p"; orgasmoa maizago bai, "b", orgasmoa maizago ez, "e"; adibidez, **tb** kodeak adierazten du koitoan zehar orgasmora heltzeko joera duen emakume teleklitoridiano bat)(10 datu-bikote 3 errenkadetan=30 emakume):

me-mb-tb- pe-mb-pb-te- pb-pb-te
pb-te -me- mb-te-pb-te-tb-mb-me
te-me-pb-me-pb-te-mb-te-mb-mb

Egin beharreko atazak:

(a) Datuei dagokien kontingentzia-taula eratu, aldagai gisa bereiziz klitoriaren kokapena (tele, meso, para), alde batetik, eta orgasmorako joera (bai, ez), bestetik. Taulari dagokion **kontingentzia-koefizientea** kalkulatu eta interpretatu, bi aldagaien arteko **asoziazioaren sendotasunari** buruz. aipaturiko teoria sexologikoa egia. **Asoziazioaren norabidea gelasken koloreztaketaren bitartez** azter ezazu, aipaturiko teoria sexologikoa betetzen den azalduz.

(b) Lambda kalkulatu eta interpretatu.

(c) Gamma kalkulatu eta interpretatu.

(a)

Datuak biltzen dituen kontingentzia-taula hau da:

Orgasmoa? (↓)/ Klit-bag distantzia (→)	Para	Meso	Tele	Guztira
Orgasmoa ez	1	5	8	14
Orgasmoa bai	7	7	2	16
Guztira	8	12	10	30

Khi-karratu kalkulatzeko taula osa dezagun:

enpiriko (O) / teoriko (E); $\frac{(O-E)^2}{E}$ / $\frac{(O-E)}{\sqrt{E}}$	Para		Meso		Tele	
Orgasmoa ez	1	3.73	5	5.6	8	4.66
	2	-1.41	0.064	-0.25	2.38	1.54
Orgasmoa bai	7	4.26	7	6.40	2	5.33
	1.75	1.32	0.056	0.23	2.083	-1.44

Horrela khi-karratu estatistikoa hau izango da:

$$\mathbf{X}^2 = 2 + 0.064 + 2.381 + 1.751 + 0.056 + 2.083 = 8.33$$

Kontingentzia-koefizientea hau da:

$$C = \sqrt{\frac{8.33}{8.33 + 30}} = 0.466$$

Normalizatzeko, koefiziente maximoa kalkulatzen dugu:

$$C_{max} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} = 0.84$$

Normalizatuz:

$$C/C_{max} = 0.466/0.84 = 0.55$$

Horrela, bi aldagaien arteko asoziazioa ertaina da, baina sendoa izatetik ez hain urrun, lagin errorearen eta antzeko ikerketen erreserbapean.

Norabideari buruz, kalkulu-taulan behar bezala koloreztatuta, ikusten dugu asoziazio sendoena emakume teleklidoriano eta orgasmoa lortzeko joera ez duten emakumeen artean dagoela, eta asoziazio ahulena edo aurkakoena, emakume teleklitoridiano eta orgasmo lortzeko joera duten emakumeen artean.

(b)

Aldagai independentea klitoritik baginarako distantzia da, orgasmoa izateko joera eraginez.

Lambdarako kalkulu-taula

distantzia (ald. indep.) kontuan hartu gabe	*distantzia* kontuan hartuta	errore-aldea (amaiera)
→ aurresana: *Orgasmoa bai* → erroreak: *14*	• "para" dela jakinda: → aurresana: *Orgasmoa bai* → erroreak: *1* • "meso" dela jakinda: → aurresana: *Orgasmoa bai* → erroreak: *5* • "tele" dela jakinda: → aurresana: *Orgasmoa ez* → erroreak: *2* • erroreak guztira: *1+5+2=8*	Zenbat errore gutxiago? *14-8=6* Batekotan? *λ=6/14=0.43=%43*

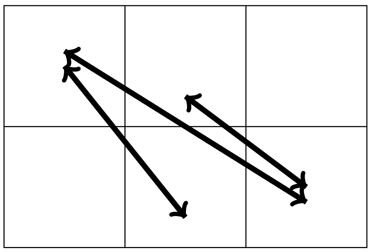
Beraz, lambda asoziazio-koefizientearen arabera, klitori-bagina distantziaren eta orgasmoa izateko joeraren arteko asoziazioa ertaina da, lagin errorearen eta antzeko ikerketen erreserbapean. Ohartzekoa da lambdak asoziazioa gutxiesteko joera izaten duela, hala ere.

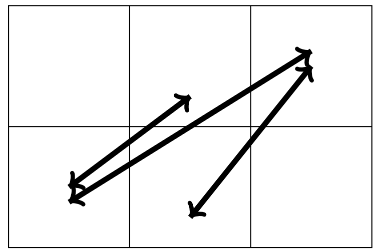
(c)

Goodman eta Kruskal-en gamma kalkulatu ahal izateko bi aldagaiak ordinalak izan behar dira, eta hala dira kasu honetan: klitori-bagina distantzia mailakatuta da, eta orgasmoa izatea hobe edo gehiago da ez izatea baino.

Halaber, taula maila txikitik handira ordenaturik daukagu aurrez (para/meso/tele kategoriak distantzia txikitik handira ordenaturik ditugu, eta orgasmoa ez/bai ere bai).

Konkordantziak eta diskordantziak adieraz ditzagun grafikoki:





$$k = 1 \times 7 + 5 \times 2 + 1 \times 2 = 19$$

$$d = 5 \times 7 + 8 \times 7 + 8 \times 7 = 147$$

$$\gamma = \frac{19 - 147}{19 + 147} = -0.77$$

Klitori-bagina distantziaren eta orgasmoa izateko joeraren arteko asoziazioa sendoa eta alderantzizkoa da: zenbat eta distantzia handiagoa, orgasmora heltzeko joera hainbat eta txikiagoa da; hau guztia, beti bezala, lagin errorearen eta antzeko ikerketen erreserbapean.

III. ebazkizuna *(2.75 puntu)*

ABA izeneko inbertsio batek datorren urtean izango duen errentagarritasuna **banaketa-funtzio** honi jarraiki banatzen dela uste da (x puntutan):

$$F(x) = \frac{x+2}{b+2}\,; \quad -2 \leq x \leq b$$

Egin beharreko atazak:

(a) Frogatu edo egiaztatu b parametroa dela.

(b) $b = 3$ den kasuan, kalkulatu $P[X > 1.5]$, banaketa-funtzioa baliatuz betiere.

(c) $b = 3$ den kasuan, kalkulatu $P[1 < X < 2.5]$, banaketa-funtzioa baliatuz betiere.

(d) $b = 3$ harturik betiere, kalkulatu $VaR(0.10)$ (*Value at Risk* alegia, %10eko arriskuarekin). Inbertsioa onartzeko muga-irizpide moduan, $VaR(0.10) = -1$ ezarri bada, zer erabaki behar du inbertitzaileak?

(e) $b = 3$ harturik, kalkulatu errentagarritasunaren itxaropena eta bariantza (itxaropena 0.5 atera behar zaizu).

(f) Beste inbertsio batek 0.8ko batez besteko errentagarritasuna du, 3ko bariantzarekin. Zein da inbertsio onena epe luzera? Eta epe laburrera? Beharrezkoa balitz, $U = \mu/\sigma$ utilitate-funtzioa erabili.

(g) Suposatuz ABA inbertsioaren itxaropena eta bariantza baino ezagutzen ez ditugula, hurbildu ezazu errentagarritasuna -1.5 eta 2.5 artean izateko probabilitatea.

(a)

Banaketa-funtzioak bete beharreko $F(sup) = 1$ baldintza aplikatuz:

$$F(sup) = F(x = b) = \frac{b+2}{b+2} = 1$$

Argi dago baldintza b guztietarako betetzen dela; beraz, b parametroa dela esan behar da. Hori bai, logikoki eta banaketa-funtzioa zehaztuta dagoen bezala, $b > -2$ bete behar da.

(b)

Honela geratzen da banaketa-funtzioa:

$$F(x) = \frac{x+2}{5}\,; \quad -2 \leq x \leq 3$$

Banaketa-funtzioak azpiko probabilitatea ematen du, baina aurkako probabilitatea baliatuz:

$$P[X > 1.5] = 1 - P[X < 1.5] = 1 - F(x = 1.5) = 1 - 0.7 = 0.3$$

(c)

$P[1 < X < 2.5] = P[X < 2.5] - P[X < 1] = F(x = 2.5) - F(x = 1) = 0.9 - 0.6 = 0.3$

(d)

$VaR(0.10)$?

$P[X < VaR(0.10)] = 0.10 \rightarrow F[x = VaR(0.10)] = 0.10 \rightarrow \dfrac{VaR(0.10) + 2}{5} = 0.1 \rightarrow VaR(0.10) = -1.5$

VaR balio handiagoak hobesten dira. Beraz, mugatzat $VaR(0.10) = -1$ ezarri bada (-1 baino gutxiago ez dugula irabazi behar alegia, 0.10eko probabilitatearekin betiere), eskuartean dugun inbertsioa baztertu beharko genuke.

(e)

Itxaropena eta bariantza kalkulatzeko dentsitate-funtzioa eman behar da:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \frac{1}{5}\,; \; -2 < x < 3$$

Itxaropena eman dezagun:

$$\mu = \int_{-2}^{3} x f(x)dx = \int_{-2}^{3} \frac{x}{5}dx = \left[\frac{x^2}{10}\right]_{-2}^{3} = \frac{9}{10} - \frac{4}{10} = 0.5$$

Eman dezagun bariantza. Horretarako lehenago α_2 kalkulatzen dugu:

$$\alpha_2 = \int_{-2}^{3} x^2 f(x) dx = \int_{-2}^{3} \frac{x^2}{5} dx = \left[\frac{x^3}{15} \right]_{-2}^{3} = \frac{27}{15} - \frac{-8}{15} = 2.33$$

Eta orain, bariantza:

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 2.33 - 0.5^2 = 2.08$$

(f)

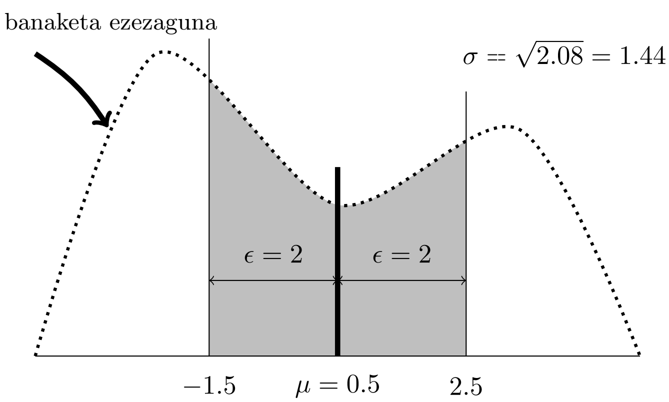
Epe luzera hobea da bigarren inbertsio hau, itxaropen handiagoa duelako.

Epe laburrera dilema sortzen da: itxaropenez, hobea da bigarren hau, itxaropen handiagoa duelako, baina arriskuari erreparatuz hobea da lehenengoak, bariantza txikiagoa duelako. Dilema ebazteko utilitate-funtzioa kalkulatzen dugu:

$$U_{ABA} = \frac{0.5}{\sqrt{2.08}} = 0.34 \ ; \ U_2 = \frac{0.8}{\sqrt{3}} = 0.46$$

Beraz, utilitate-funtzio hori harturik, bigarren inbertsioaren alde egin beharko genuke.

(g)



$$P[-1.5 < X < 2.5] = P[|X - 0.5| < 2] \geq 1 - \frac{2.08}{2^2} = 0.48$$

Eskatutako probabilitatea 0.48 baino handiagoa edo berdin da (egiaz, 0.8 da, aise egiaztatu daitekeen bezala).

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2024ko urtarrilaren 11, 10:00

Iraupena: 40 minutu

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 2 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Erantzun oker bakoitzak zuzenak ematen duenaren erdia kentzen du. Galderak erantzun gabe utz daitezke, punturik gehitu eta kendu gabe.

1. Zer da ikerketa idiografikoa?
   (a) Kolektibo baten ezaugarri idealak bilatzen dituena.
   (b) Kasu partikularrak aztertzen dituena.
   (c) Lagin-errorea kontuan hartzen ez duena.
   (d) Grafikoetan oinarritzen dena.

2. Nor izan zen estatistika hitza lehen aldiz erabili zuena?
   (a) John Graunt
   (b) Gottfried Achenwall
   (c) Pierre-Simon Laplace
   (d) Adolphe Quetelet

3. Eskualde bateko eskola batzuk aukeratu dira haietako ikasleen artean indibidualki euskararen erabilerari buruzko test indibidual bat pasatzeko, eskola haietako erabilera-mailak alderatzeko, emaitzen batezbestekoak kalkulatuz. Zein da behaketa-unitatea?
   (a) Ikaslea.
   (b) Ikastetxea.
   (c) Eskualdea.
   (d) Batezbestekoa.

4. Zein ezin da kalkulatu aldagai kualitatibo baten maiztasun-banaketa batean?
   (a) Maiztasun absolutu bakuna.
   (b) Maiztasun absolutu erlatiboa.
   (c) Maiztasun metatu erlatiboa.
   (d) Aurreko biak izan daitezke zuzenak.

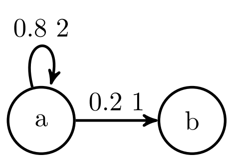
5. Zer adierazten da ojibaren ardatz bertikalean?
   (a) Maiztasun absolutu bakuna.
   (b) Maiztasun metatu absolutua.
   (c) Maiztasun metatu erlatiboa.
   (d) Aurreko biak izan daitezke zuzenak.

6. Jarraian A, B, C, D lau maiztasun-banaketa ematen dira, kasu bakoitzean lehenengo zenbakiak aldagaiaren balioa eta bigarrenak horren maiztasun absolutua adierazten dutelarik (adibidez, 1:2, 1 balioa 2 aldiz agertzen da): Ato1:2 2:3 3:1 4:4; Bto1:6 2:4 3:2 4:1; Cto1:2 2:3 3:4 4:2: Dto1:2 2:3 3:2 4:1. Zein banaketak du moda erlatibo bat?
   (a) A
   (b) B
   (c) C
   (d) D

7. Tartetan bildutako 200 datuko banaketa baten tabulazio ordenatua honela abiatzen da, maiztasun bakunak adieraziz: 0-20 tartean, 14 datu; 20-40 tartean, 46 datu; ... Hurbildu ezazu lehen kintila.
   (a) 29.3
   (b) 30.3
   (c) 31.3
   (d) 32.3

8. Enpresa batzuen gainean bi ratio finantzario jaso dira, haiekin kaudimenari buruzko adierazle bat eratze aldera. Lehen ratioan, datu handiena 0.9 da, eta txikiena 0.1; bigarren ratioan, datu handiena 0.7 da, eta txikiena 0.3. Enpresa batek 0.3 eta 0.5 balioak ditu bi ratio horietan, hurrenik hurren. Zein da, datuak normalizatuta, enpresa horretako kaudimen-adierazlea?
   (a) 0.225
   (b) 0.375
   (c) 0.425
   (d) 0.475
9. Lorenz kurba batean (p, q) balioen segida hauetatik, zein da okerra edo ezinezkoa?
   (a) $(p_1 = 0.2, q_1 = 0.1); (p_2 = 0.4, q_1 = 0.25)$
   (b) $(p_1 = 0.2, q_1 = 0.1); (p_2 = 0.4, q_1 = 0.15)$
   (c) $(p_1 = 0.2, q_1 = 0.1); (p_2 = 0.4, q_1 = 0.45)$
   (d) Aurreko biak dira okerrak.
10. Inkesta batean familien errentak jaso dira: 1-2-3-4. Zenbat da Robin Hood adierazlea?
   (a) 0.15
   (b) 0.2
   (c) 0.25
   (d) 0.3
11. Inkesta batean familien errentak jaso dira: 1-2-3-4. Zenbat da mediala?
   (a) 2
   (b) 2.5
   (c) 3
   (d) 4
12. Inkesta batean familien errentak jaso dira: 1-2-4-6. Pobrezia-muga 3 da. Zenbat da pobreziaren intentsitatea?
   (a) 0.2
   (b) 0.33
   (c) 0.5
   (d) 0.66
13. Merkatu bat sektoreko enpresen artean nola banatzen den adierazten dute balio hauek (ehunekotan): %10, %20, %30, %40. Dibertsitatea aztertuz, kalkulatu ezazu parekotasunaren osagaia.
   (a) Gutxi gorabehera 0.6.
   (b) Gutxi gorabehera 0.7.
   (c) Gutxi gorabehera 0.8.
   (d) Gutxi gorabehera 0.9.

14. Zein tarteko balioak hartzen ditu kobariantzak?
    (a) Edozein balio erreal har dezake.
    (b) Positiboa izan behar da (edo 0).
    (c) -1 eta 1 artean, biak barne.
    (d) 0 eta 1 artean, biak barne.
15. Nola interpretatu behar duzu 0.95eko balioa hartzen Cronbach-en alfa koefizientea?
    (a) Testa koherente edo fidagarria dela.
    (b) Item-test korrelazioa sendoa dela.
    (c) Testa erredundantea dela edo galderak errepikatuzkoak direla.
    (d) Testeko puntuazioak ongi adierazten duela testarekin jaso nahi dena.
16. $P[X = x] = (x + k)/21; x = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$ Kalkulatu k probabilitate-funtzioa izan dadin.
    (a) $k = 0$
    (b) $k = 1/2$
    (c) $k = 1$
    (d) $k = 2$
17. Dado batean bakoitia ateratzen bada, 10 puntu lortzen ditut. 2 edo 4 ateratzen bada, 20 puntu. 6 ateratzen bada, 30 puntu. Kalkulatu dadoa behin botata lortzen den puntuazioaren itxaropen matematikoa.
    (a) 16.66
    (b) 18.33
    (c) 20
    (d) 23.33
18. Egun batean ekoizpena 1 edo 2 izan daiteke, bakoitza 0.5eko probabilitatearekin. Biharamunean ekoizpena 1, 2, 3 edo 4 izan daiteke, bakoitza 0.25eko probabilitatearekin. Kalkulatu bi egunetan zehar ekoizpena 3 baino handiagoa izateko probabilitatea?
    (a) 0.25
    (b) 0.375
    (c) 0.5
    (d) 0.625
19. Markov-en kate bat adierazten duen grafo honetan b-rako xurgapen-denbora kalkulatu (zirkulu baten barruan, trantsizio-denborak) (ordenagailua ezin da erabili):



    (a) 4
    (b) 6
    (c) 8
    (d) 9
20. Zenbat aldiz bota behar da batez beste txanpon bat aurpegikoa atera arte, aldi bakoitzean aurpegikoa ateratzeko probabilitatea 0.4 izanik, onartuz infinituraino egon naitekeela txanponak botatzen? (Ordenagailua ezin da erabili.)
    (a) 1.5
    (b) 2
    (c) 2.5
    (d) 4

Estatistika eta datuen analisia

-

2024ko urtarrilaren 11

Izena eta abizenak:

Galdera	Erantzuna
1	B
2	B
3	A
4	C
5	D
6	A
7	C
8	B
9	D
10	B
11	C
12	C
13	D
14	A
15	C
16	C
17	A
18	D
19	D
20	C

	KOPURUA
ONGI	
GAIZKI	
ERANTZUN GABE	

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

AZTERKETA EBATZIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2024ko ekainaren 14a, 10:00

Iraupena: 120 min

I. ebazkizuna *(3 puntu 10etik)*

24 urteko gazteen artean lehen musu erromantikoa zenbat urterekin eman zuten galdetu da. Datuak tartetan bildu eta taula hau eratu da (adibidez, 12-14 tarteak adierazten du 12 edo 13 urterekin izan dela erantzuna, hau da, 12 urte beteta eta 14 urte bete bitartean):

Adina	Neskak	Mutilak
12-14	2	-
14-16	8	4
16-18	22	18
18-20	24	26
20-22	12	30
22-24	6	6

Egin beharreko atazak:

(a) *(0.25 puntu)* Lehen musuko adinaren batezbesteko aritmetiko sinplea kalkulatu bi sexuetarako. Zenbat denbora beranduago ematen dute gizonezkoek lehen musua?

(b) *(1 puntu)* Datu guztiak baliatu eta beraz sendoa ez den neurri bat erabiliz, azter ezazu zein den lehen musuko adin sakabanatuenak dituen sexua.

(c) *(0.75 puntu)* Dagokion kuantilaren kalkulutik abiaturik, musuak ematen goiztiarrenak diren nesken %25ek batez beste zenbat urterekin ematen dute lehen musua?

(a)

Batezbesteko aritmetikoa kalkulatzeko klase-markak hartzen ditugu erreferentzia-balio gisa:

x	n_N	n_M	$n_N x$	$n_M x$
13	2	0	26	0
15	8	4	120	60
17	22	18	374	306
19	24	26	456	494
21	12	30	252	630
23	6	6	138	138
	74	84	1366	1628

$$\overline{x}_N = \frac{1366}{74} = 18.45 \; urte$$

$$\overline{x}_M = \frac{1628}{84} = 19.38 \; urte$$

Mutilek adin handiagoarekin ematen dute lehen musu erromantikoa, 19.45 urterekin batez beste, neskek baino 19.38-18.45=0.93 urte beranduago, hots, $0.93 \times 12 = 11$ hilabete pasatxo beranduago.

(b)

Kalkulatuko den neurria (datu guztiak baliatu eta sendoa ez dena) desbideratze estandarra da, eta gero, sakabanatzea erlatiboki aztertzeko, aldakuntza-koefizientea:

x	n_N	n_M	$n_N x$	$n_M x$	$n_N x^2$	$n_M x^2$
13	2	0	26	0	338	0
15	8	4	120	60	1800	900
17	22	18	374	306	6358	5202
19	24	26	456	494	8664	9386
21	12	30	252	630	5292	13230
23	6	6	138	138	3174	3174
	74	84	1366	1628	25626	31892

$$s_x(N) = \sqrt{\frac{25626}{74} - 18.45^2} = 2.42 \; urte$$

$$s_x(N) = \sqrt{\frac{31892}{84} - 19.38^2} = 2.02 \; urte$$

Bi desbideratze horiek alderatzeko, aldakuntza-koefizientea kalkulatzen dugu:

$$A_x(N) = \frac{2.42}{18.45} = 0.13$$

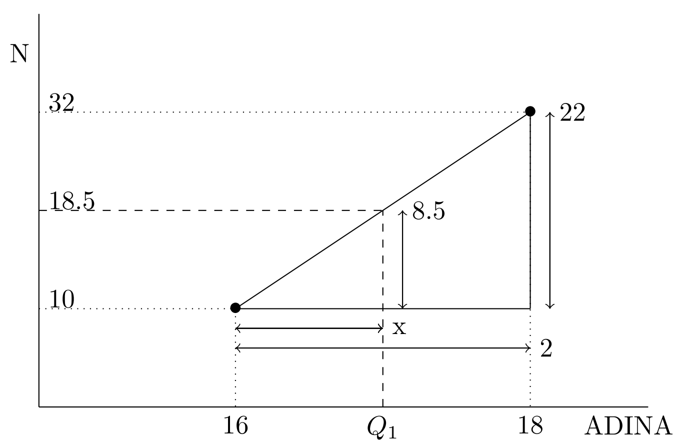
$$A_x(M) = \frac{2.02}{19.38} = 0.10$$

Beraz, lehen musua eman arteko adin sakabanatuenak dituen taldea neskena da.

(c)

Lehen kuartila edo 25. pertzentila kalkulatu behar da. Datuak tartetan bildurik daudenez, interpolazio linealez egingo dugu:

$$74 \times 0.25 = 18.5 \rightarrow Q_1 = 18.5 garren \; datua \in \; 16 - 18 \; tartean$$



$$\frac{x}{8.5} = \frac{2}{22} \rightarrow x = \frac{2}{22} \times 8.5 = 0.77 \rightarrow Q_1 = 16 + 0.77 = 16.77 \; urte$$

16.77 urtera arteko nesken banaketa eman dezagun orain, eta hortik batezbestekoa kalkulatu:

adina	x	n	nx
12-14	13	2	26
14-16	15	8	120
16-18	17	8.5	144.5
		18.5	290.5

$$\overline{x}(N, 0.25) = \frac{290.5}{18.5} = 15.7 \; urte$$

Lehen musua ematen neska goiztiarrenek batez beste 15.7 urterekin ematen dute lehen musu hori.

II. ebazkizuna *(3.5 puntu 10etik)*

Espainiako RESTAR alderdiak aberatsek zerga gehiago ordaindu behar dutela ezarri du bere programa ekonomikoan. Gobernura heldu denean, 30 mila eurotik gora irabazten duten familia guztiei 8 mila euroko zerga gehigarria jarri die, besteak beste 25 milatik beherako errenta duen familia pobre bakoitzari 6 mila euro emateko, programa politikoan aurreratzen zutena betez horrela. Diru soberakina programa hori garatu eta aplikatu behar duten politikarien soldatak ordaintzeko erabiltzen da. Honako hau da familien errentei buruz egindako inkesta bat, milaka eurotan jasota, RESTAR gobernura heldu aurretik:

9-12-24-32-34-36-37-58-78-124

Esan bezala, 30 milatik gorako errenta duten familia horiei 8 mila euro kendu behar zaizkie, eta 25 milatik beherakoei 10 mila euro eman.

Beste alde batetik, klase sozialen banaketa honela ezarrita dago: %30 pobreena klase baxua, %30 pobreenetik diru gehien irabazten duten familien %30era bitartean klase ertaina dago (hots, portzentaje horiei dagozkien Lorenz kurbako p balioen artean kokatzen da), eta hortik gora klase altua.

Egin beharreko atazak:

(a) *(0.5 puntu)* RESTAR alderdiaren programa ekonomikoa aplikatu aurreko eta ondorengo Gini-ren indizeak kalkulatu eta emaitza interpretatuz adierazi programa politiko horrek desberdintasun ekonomikoak benetan murrizten dituen orokorrean.

(b) *(1.25 puntu)* Programa ekonomikoa aplikatu aurretik eta ondoren klase ertainak hartzen dituen errenta-zatiak eman itzazu portzentajean, horretarako Lorenz-en kurbako puntu egokiak hartuz. Emaitzak ikusita, RESTAR alderdiaren programa ekonomikoa orokorrean klase ertainaren kaltetan dela esango al zenuke?

(c) *(1.25 puntu)* Pobrezia-mugatzat hartzen da **programa aplikatu aurreko errenten %33garren pertzentila**. Muga hori **programa aplikatu aurretik nahiz ondorengo datuetarako aplikatuko da**. Eman itzazu pobrezia-tasa, pobreziaren intentsitatea eta pobreziaren neurri sintetikoa, programa politikoa aplikatu aurreko nahiz ondorengo errentetarako. Emaitzak ikusita, RESTAR alderdiaren programa ekonomikoak pobrezia murriztea lortzen duela esango al zenuke?

(a)

Zehaztu ditzagun lehengo eta ondorengo errentak:

Lehen: 9-12-24-32-34-36-37-58-78-124 Ondoren: 19-22-34-24-26-28-29-50-70-116

Ez dezagun ahaztu ondorengo errentak berrordenatzea, Gini indizea kalkulatzeko beharrezkoa da eta:

Ondoren: 19-22-24-26-28-29-34-50-70-116

Goazen orain Gini indizeak kalkulatzera:

p	x_1	x_2	$x_1(met)$	$x_2(met)$	q_1	q_2	$p-q_1$	$p-q_2$
0.1	9	19	9	19	0.020	0.045	0.080	0.055
0.2	12	22	21	41	0.047	0.098	0.153	0.102
0.3	24	24	45	65	0.101	0.156	0.199	0.144
0.4	32	26	77	91	0.173	0.218	0.227	0.182
0.5	34	28	111	119	0.250	0.285	0.250	0.215
0.6	36	29	147	148	0.331	0.354	0.269	0.246
0.7	37	34	184	182	0.414	0.435	0.286	0.265
0.8	58	50	242	232	0.545	0.555	0.255	0.245
0.9	78	70	320	302	0.721	0.722	0.179	0.178
1	124	116	444	418	1.000	1.000	0.000	0.000
4.5	444	418					1.898	1.632

$$G_1 = \frac{1.898}{4.5} = 0.42$$

$$G_2 = \frac{1.632}{4.5} = 0.36$$

Programa ekonomikoa aplikatu ondoren, errentaren kontzentrazioa edo ezberdintasunak murriztu egiten dira.

(b)

Klase ertaina $p = 0.3, p = 0.7$ balioen artean dagoena da, enuntziatuan esaten denaren arabera. Beraz, tarte horretarako errenta-zatiak kalkulatuz:

$$lehen: \; q(0.7) - q(0.3) = 0.414 - 0.101 = 0.313$$
$$ondoren: \; q(0.7) - q(0.3) = 0.435 - 0.156 = 0.279$$

Programa ekonomikoa aplikatu baino lehen, errenta ertainak errentaren %31.3 hartzen zuen; ondoren, %27.9. Beraz, RESTAR alderdiaren programa ekonomikoa klase ertainaren kaltetan da.

Iruzkinak: Galdera klase ertaineko errenten portzentaje erlatiboa zuzenean jasoz ere egin daiteke, probleman Lorenz-en kurbako puntuak hartuz egin behar dela esaten badu ere. Honela egingo genuke kalkulua: klase ertaina %30 pobreenetik gora %70 pobreenera arte dauden errentek osatzen dutela pentsatuz,

- *programa ekonomikoaren aurretik, klase ertainak errenta osoaren (32+34+36+37)/444=%31.3 hartzen du;*
- *programa ekonomikoaren ondoren, klase ertainak errenta osoaren (26+28+29+34)/418=%28 hartzen du.*

Ondorioa, bistan denez, berdina da: klase ertainak errenta galtzen du erlatiboki programa horren ondorioz.

Ikasle batzuek Lorenz-en kurba irudikatu eta klase ertainari dagozkion puntuak ($0.3 \leq p \leq 0.7$)*) programa ekonomikoaren ondoren txikiagoak direla ikusita, klase ertainak errenta galtzen duela baieztatu dute. Ondorio okerra da, ordea, p horietarako q balio horiek klase ertainak hartzen duenaz gainera, klase pobreak hartzen duena ere adierazten baitu.*

(c)

33. pertzentila (1. tertzila, alegia) kalkulatu behar da lehenbizi;

$$10 \times 0.33 = 3.3 \;\rightarrow\; pobrezia - muga = 3.3gn.\ datua$$

Eman dezagun orain pertzentil hori, PM edo pobrezia-mugatzat hartuko duguna, lehengo nahiz ondorengo errentetarako:

$$P_{33}(lehen) = PM(lehen) = 0.7 \times 24 + 0.3 \times 32 = 26.4$$

Pobrezia-muga horietatik has gaitezen pobrezia-adierazleak kalkulatzen:

- pobrezia-tasak (pobreen kopurua portzentajean),

$$H(lehen) = \frac{3}{10} = 0.3 \;;\; H(ondoren) = \frac{4}{10} = 0.4$$

  Pobre gehiago daude programa ekonomikoa aplikatu ondoren.

- pobrezia-intentsitateak,

$$I(lehen) = \frac{(26.4-9)+(26.4-12)+(26.4-24)}{3 \times 26.4} = 0.43$$
$$I(ondoren) = \frac{(26.4-19)+(26.4-22)+(26.4-24)+(26.4-26)}{4 \times 26.4} = 0.13$$

  Programa ekonomikoari esker, pobreziaren intentsitatea nabarmen jaisten da.

- pobreziaren neurri sintetiko edo orokorrak:

$$S(lehen) = \frac{2 \times [3 \times (26.4-9) + 2 \times (26.4-12) + 1 \times (26.4-24)]}{(3+1) \times 10 \times 26.4} = 0.156$$
$$S(ondoren) = \frac{2 \times [4 \times (26.4-19) + 3 \times (26.4-22) + 2 \times (26.4-24) + 1 \times (26.4-26)]}{(4+1) \times 10 \times 26.4} = 0.072$$

  Beraz, pobrezia orokorrean jaitsi egiten da programa ekonomikoaren ondorioz.

III. ebazkizuna *(3.5 puntu 10etik)*

Mendiko gidari batek borda batean bizi da Alpeetako urrutiko eremu batean. Turista txanda bat herrira heltzen denean, hara jaitsi eta egun batzuk ematen ditu bertan turistei gailur batera igotzen laguntzeko zerbitzua eskaintzeko. Turista txanda bakoitzak 3 eguneko egonaldia egiten du. Hiru egun horietako bakoitzean, 0, 1 edo 2 turista dira bere zerbitzuak eskatzen dituztenak, egun batetik bestera erabateko independentziaz, 0.3, 0.5 eta 0.2 probabilitateekin hurrenez hurren. Egun batean inork ez baditu bere zerbitzuak eskatzen (0 turista badira bere gidaritza eskatzen dutenak), bere bordara itzultzen da biharamunean, hurrengo turista txanda iritsi arte (beraz, gidariak inoiz ez du ematen 3 egun baino gehiago herrian). Turista bakoitzari 200 euro kobratzen dio bere gidaritzagatik, eta herrian egun bat pasatzea 50 euro kostatzen zaio (adibidez, lehen egunean 0 turista badator, biharamunean itzultzen da bordara 50 euro galduta).

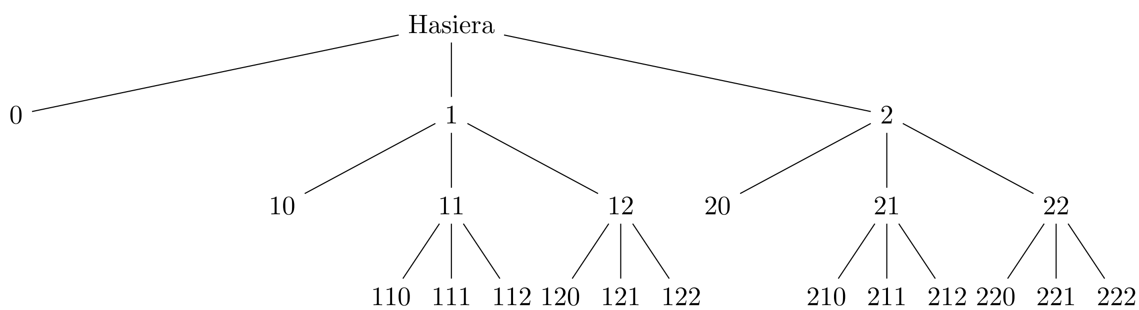
Egin beharreko atazak:

(a) *(2 puntu)* Hiru egunetarako probabilitate zuhaitzetik abiaturik, batez beste zenbat irabazten du mendiko gidariak turista txanda bakoitzean?

(b) *(0.75 puntu)* Bezperan 0 turista gidatuta, biharamunean bordara itzultzeko erabakia hartuko ez balu eta ondorioz herrian 3 egunak agortuko balitu, batez beste zenbat irabaziko luke turista txanda bakoitzean? Kalkulua ahalik eta modu efizienteenean egin ezazu.

(c) *(0.25 puntu)* Bordan dagoenean, mendiko gidariak online ikastaroak ematen ditu, eta egunero 150 euro irabazten du horrekin. Hori horrela, zer interesatzen zaio mendiko gidariari: herrian egunak agortzea ala, orain egiten duen bezala, bordara itzultzea gailurrera laguntzeko turistarik egon ez denean bezperan?

$\boxed{\text{(a)}}$ Probabilitate-zuhaitzaren eskema bat eman dezagun:



Deribazio bakoitzak egun batean gerta daitekeena adierazten du, 0, 1 edo 2 alegia. Ikusten den bezala, 0 turista datorren egunean, eta baita ere 10 eta 20 konbinazioetan ere, probaiblitate-zuhaitza bukatu egiten da, biharamonean mendiko gidariak alde egiten baitu. 15 adar edo aukera horietako bakoitzeko probabilitateak eta irabaziak zehazteko taula bat garatuko dugu, probabilitate osoa kalkulatzeko egun guztietako probabilitateak bidertuz:

1e	p(1e)	2e	p(2e)	3e	p(3e)	p(osoa):p(x)	irabazia:x	xp(x)
0	0.3	-	-	-	-	0.3	-50	-15
1	0.5	0	0.3	-	-	0.15	200-100=100	15
1	0.5	1	0.5	0	0.3	0.075	400-150=250	18.75
1	0.5	1	0.5	1	0.5	0.125	600-150=450	56.25
1	0.5	1	0.5	2	0.2	0.05	800-150=650	32.5
1	0.5	2	0.2	0	0.3	0.03	600-150=450	13.5
1	0.5	2	0.2	1	0.5	0.05	800-150=650	32.5
1	0.5	2	0.2	2	0.2	0.02	1000-150=850	17
2	0.2	0	0.3	-	-	0.06	400-50=350	21
2	0.2	1	0.5	0	0.3	0.03	600-100=500	15
2	0.2	1	0.5	1	0.5	0.05	800-150=650	32.5
2	0.2	1	0.5	2	0.2	0.02	1000-150=850	17
2	0.2	2	0.2	0	0.3	0.012	800-150=650	7.8
2	0.2	2	0.2	1	0.5	0.02	1000-150=850	17
2	0.2	2	0.2	2	0.2	0.008	1200-150=1050	8.4
						1		315.05

Beraz, mendiko gidariak turista txanda bakoitzean batez beste 315.05 euro irabazten du.

$\boxed{\text{(b)}}$ Kasu honetan, egun batetik bestera garatzen den prozesua uniforme edo homogeneoa da, beti egoera berean gaude, aurreko egunarekiko erabateko independentziaz.

Halatan, egunero 0, 1 edo 2 bezero izan ditzake, 0.3, 0.5 eta 0.2 probabilitateekin. Beraz, batez besteko bezero kopurua hau da:

$$\mu(bezeroak) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.5 + 2 \times 0.2 = 0.9\ bezero$$

Beraz, egun bateko batez besteko irabazia hau izango:

$$\mu(irabaziak) = 200 \times 0.9 - 50 = 130$$

Hiru eguneko batez besteko irabazia aurrekoa bider hiru da:

$$\mu(irabaziak\ 3\ egunetan) = 3 \times 130 = 390$$

$\boxed{\text{(c)}}$

Ikus dezagun batez beste zenbat egun pasatzen dituen mendiko gidariak herrian lehenengo aukerarekin:

- Egun bat emango du 0.3ko probabilitatearekin (lehen egunean 0 bezero duenean).
- Bi egun emango ditu $0.7 \times 0.3 = 0.21$ probabilitatearekin (lehen egunean 1 edo 2 bezero eta bigarrenean 0 bezero duenean).
- Hiru egun emango ditu $0.7 \times 0.7 = 0.49$-ko probabilitatearekin (lehen eta bigarren egunetan, 1 edo 2 bezero duenean).

Ikusten den bezala, hiru probabilitate horien batura 1 da. Beraz, ongi egin dugu.

Orain, herrian ematen duen egun kopuru horren itxaropena eman behar dugu:

$$\mu(egunak\ herrian) = 1 \times 0.3 + 2 \times 0.21 + 3 \times 0.49 = 2.19\ egun$$

Horrela, herritik lehenago alde egiteko aukera zabalik utziz, irabaziko lituzke 315.05 euro herrian batezbeste gehi $(3 - 2.19) \times 150 = 121.5$ euro bordan. Beraz, guztira, 436.55 euro irabaziko lituzke batez beste hiru egunetan, herritik lehenago alde eginda betiere.

Herrian 3 egun osoak ematen baditu, 390 euro irabaziko lituzke batez beste. Kasu honetan ez dugu gehitu behar bordan ikastaroak ematen irabazten duena, 3 egun horietan zehar denbora guztian baitago herrian.

Garbi dago, beraz, herritik lehenago alde egiteko aukera zabalik uztea dela aukera onena $(436.55 > 390)$ herrian 3 egun osoak emateko aukerarekin alderatuta. Hala ere, emankorrena bordan geratzea litzateke, modu horretan 450 euro irabaziko lituzkeelako.

ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2024ko ekainaren 14a, 10:00

Iraupena: 40 minutu

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 2 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Erantzun oker bakoitzak zuzenak ematen duenaren erdia kentzen du. Galderak erantzun gabe utz daitezke, punturik gehitu eta kendu gabe.

1. Ikasle autista baten graduko kalifikazioak bildu dira haren inguruan ikerketa bat egiteko. Nolako ikerketa da?
   (a) Ikerketa idiografikoa.
   (b) Ikerketa nomotetikoa.
   (c) Ikerketa inalienagarria.
   (d) Ikerketa partikulagarria.

2. Zein da Jorge Luis Borges-en kartografiari buruzko ipuinetik atera behar den ondorioa?
   (a) Datuen azterketan, ondorioak ateratzea da inportanteena.
   (b) Datu gehiago bilduta ere, jasotzen den informazioa ez da hobea.
   (c) Estatistika giza eta gizarte zientzietara aplikatzen da bereziki.
   (d) Garrantzitsuena lan estatistikoen interpretazioan lan horrek gizartean duen eragina da.

3. Hondartzara doazen gizon eta emakume batzuen artean, tatuajea duten ala ez jaso da. Bi sexuetatik tatuajea izateko joera handiena duen sexua erakusteko, zein da grafiko egokiena?
   (a) Ondoz ondoko barra-diagrama bat.
   (b) Puntu diagrama bi lerroetan.
   (c) Marra-diagrama sexuaren arabera bereizita.
   (d) Sektore-diagrama bat.

4. Nola deitzen zaio tarte zabalera desberdinak dituen histograma batean zutabeen altuerak kalkulatzeko formulari?
   (a) Sturges-en erregela
   (b) Funes-en erregela.
   (c) Tukey-ren erregela.
   (d) Formula horrek ez du izen berezirik.

5. Hezkuntza Zientzien Fakultateko ikasleen artean %40 dira mutilak Lehen Hezkuntzako graduan eta %30 Pedagogiako graduan. Lehen Hezkuntzako graduan 1.000 ikasle daude eta 400 Pedagogiako graduan. Batez beste zenbat dira gizonak bi graduak bateraturik?
   (a) %35.14
   (b) %36.14
   (c) %37.14
   (d) %38.14

6. 500 pertsonen adin-banaketa batean azken bi tarteak 70-80 eta 80-90 dira, 80 eta 40 pertsonekin hurrenez hurren. Kalkulatu 9garren dezila.
   (a) 77.5
   (b) 78.75
   (c) 81.25
   (d) 82.5

7. Datu hauek dituzu: 5-7-8-4-2. Kalkulatu desbideratze absolutuen mediana (DAME).
   (a) 0
   (b) 1
   (c) 2
   (d) 3

8. Datu hauek dituzu txikienetik handienera ordenaturik: 1-2-4-5-7-8-8-10-13-17. Zein da albo-balioa eskuin aldean?
   (a) 9
   (b) 10
   (c) 13
   (d) 17

9. Errenten lagin hau duzu: 5-6-7-8-9-11-12-13-14-15. Zenbat da mediala?
   (a) 9
   (b) 10
   (c) 11
   (d) 12

10. Supermerkatu batean erosi berri duten tipologia ezberdineko 4 bezeroen (emakume gaztea, EG; emakume zaharra, EZ; gizon gaztea, GG; gizon zaharra, GZ) tiketak aztertu eta erositako produktuak aurrez ezarritako 5 kategorietan bilduta (elikagai freskoak, elikagai ontziratuak, higienea, etxerako osagarriak, jantziak), erosi dituzten produktuen kategoria kopuruak (K) eta H Shannon indize hauek eskuratu dira aipaturiko bezero mota horietarako: K(EG)=4, H(EG)=3.5; K(EZ)=5, H(EZ)=4.2 ; K(GG)=1.8, H(GG)=2; K(GZ)=3, H(GZ)=2.2. H indizea deskonposatuta, zein da kategoria horien artean erosketa parekoenak egiten dituen bezero mota?
    (a) Emakume gaztea (EG)
    (b) Emakume zaharra (EZ)
    (c) Gizon gaztea (GG)
    (d) Gizon zaharra (GZ)

11. Azterketa batera aurkeztu diren ikasleak inkestaturik, datu hauek jaso dira: 8 emakumek aprobatu dute, 6 emakumek ez dute aprobatu, 5 gizonek aprobatu dute, 8 gizonek ez dute aprobatu. Kalkulatu lambda bi aldagaien arteko asoziazioa neurtzeko.
    (a) %15.38
    (b) %38.46
    (c) %46.15
    (d) Beste bat da erantzuna.

12. x eta y aldagaien arteko kobariantza -0.8 suertatu da. Zein da interpretazio egokiena?
    (a) x aldagaia gora, y aldagaia behera, sendotasun handiarekin.
    (b) x aldagaia gora, y aldagaia behera.
    (c) x aldagaia gora, y aldagai behera, korrelazio linealari buruz.
    (d) Aurreko guztiak dira desegokiak.

13. Test bateko lau itemen banakako bariantzak 0.34, 0.42, 0.48 eta 0.12 dira. Puntuazio totalen bariantza 3.4 da. Nola interpretatu behar duzu testaren barne koherentzia?
    (a) Testa erredundantea da.
    (b) Testa koherentea da.
    (c) Testak koherentzia txikia du.
    (d) Testa inkoherentea da.

14. 40 urtetik gorako emakume batek urtebetean egiten duen ginekologia-kontsulta kopurua honela banatzen dela uste da: $P[X = x] = \dfrac{kx + x}{6}$; $x = 1, 2, 3$. Zenbat da k?
    (a) 0
    (b) 1
    (c) 2
    (d) k parametroa da.

15. 17 urteko auto batek urtean tailerrera eraman behar den aldi kopurua honela banatzen dela uste da:

$$F(x) = \frac{6+5x}{36} \ ; \ x = 1,2,3,4,5,6$$

Zenbat da $P[2 \leq X \leq 4]$?
   (a) 0.31
   (b) 0.41
   (c) 0.51
   (d) 0.61

16. Sagasti bateko uzta honela banatzen dela uste da (x: tonak):

$$F(x) = \frac{x-2}{6} \ ; 2 \leq x \leq 8$$

Kalkulatu uzta 4-6 tona bitartean izateko probabilitatea.
   (a) 0.66
   (b) 0.50
   (c) 0.43
   (d) 0.33

17. Dado bateko 6 aldeak zenbaki hauekin daude markaturik: 1-2-2-3-3-3. Kalkulatu dadoa hiru aldiz botata suertatzen den puntuazioaren itxaropena.
   (a) 5
   (b) 6
   (c) 7
   (d) 9

18. Zorizko aldagai batek 0 eta 10 balioak hartzen ditu 0.4 eta 0.6ko probabilitateekin. Kalkulatu bariantza.
   (a) 6
   (b) 12
   (c) 24
   (d) 36

19. A, B eta C finantza-aktiboek urtebetera ematen duten batezbesteko errendimenduak, ehunekotan, eta horien bariantzak hauek dira:

$$\mu_A = 2; \sigma_A^2 = 4; \mu_B = 4; \sigma_B^2 = 3; \mu_C = 6; \sigma_C^2 = 6$$

Zein da egokiena epe laburrera, jakinda utilitate-funtzioa zehazteke dagoela?
   (a) A eta B izan daitezke egokienak.
   (b) B eta C izan daitezke egokienak.
   (c) A eta C izan daitezke egokienak.
   (d) Edozein izan daiteke egokiena.

20. X zorizko aldagai bati buruz horren itxaropena eta bariantza baino ez ditugu ezagutzen: $\mu = 10$; $\sigma^2 = 4$. Hurbildu ezazu $P[7 < X < 13]$.
   (a) 0.55 baino handiagoa.
   (b) 0.55 baino txikiagoa.
   (c) 0.44 baino handiagoa.
   (d) 0.44 baino txikiagoa.

Estatistika eta datuen analisia

-

2024ko ekainaren 14

Izena eta abizenak: Josemari Sarasola

Galdera	Erantzuna
1	A
2	B
3	A
4	D
5	C
6	B
7	C
8	D
9	D
10	C
11	A
12	C
13	B
14	A
15	B
16	D
17	C
18	C
19	B
20	A

	KOPURUA
ONGI	
GAIZKI	
ERANTZUN GABE	