ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

2018ko azterketa ebatziak

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea
Euskal Herriko Unibertsitatea

Egileak eta irakasgaiaren irakasleak:
Andoni Maiza eta Josemari Sarasola

Gizapedia

gizapedia.hirusta.io

ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakasleak: Andoni Maiza eta Josemari Sarasola

Data: 2018ko ekainaren 4a, 10:00

I. ebazkizuna: egunkari saltzailearen problema *(2 puntu)*

Xiaomi enpresak ekoizten dituen bizikleta elektrikoak Txinan bakarrik saltzen dira, baina tarteka eta kopuru txikitan Europara heltzen dira. Bitartekari batek azken bizikleta modeloaren ale batzuk erosteko eskaintza jaso da. Baina azkar ibili behar dugu, hurrengo asteetan modelo berriaren bizikletak erruz sartuko direlako merkatuan eta 4 astetan saltzen ez ditugun bizikletak beherapen handiarekin saldu beharko ditugu ondoren, 200 €-tan.

Eskaini diguten modelotik 2 bizikleta salduko ditugu gutxienez, bezero bik horren erreserba egin digutelako. 4 asteetako salmentak hortik gorakoak izan daitezke, honako probabilitate hauen arabera (erreserbatutako biak barne):

Unitateak (x)	Probabilitateak ($p(x)$)
2	0.2
3	0.3
4	0.2
5	0.2
6	0.1
	1

Bitartekariak 400€-tan saltzen dizkigu bizikletak eta guk 700 €-tan saltzen ditugu, baina 5 edo 6 bizikleta erosten badizkiogu 350€-ko prezio berezia egingo digu bizikleta bakoitzeko.

Egin beharreko atazak:

(a) Itxarondako mozkina irizpidetzat harturik, erosi beharreko bizikleta kopuru optimoa eman ezazu.

(b) 5 bizikleta erosita lortuko dugun mozkinaren bariantza kalkula ezazu.

II. ebazkizuna *(2 puntu)*

Lantegi batean eguneko salmentak modu uniformean banatzen dira 300 500 tartean (eurotan). Limitearen Teorema Zentrala aplikatu honakoak kalkulatzeko:

(a) 80 eguneko salmenten gehienezko zenbatekoa %97,5eko probabilitatearekin.

(b) 50.000 euroko salmentak lortzeko behar den egun kopuru minimoa %97,5eko probabilitatearekin.

III. ebazkizuna *(2 puntu)*

Zorizko lagin independente moduan erabili ahal izateko, 15 egunetan makina batean gertatutako matxura kopurua jaso da. Datu horiek jaso diren ordenan adierazten dira:

7 - 4 - 3 - 5 - 8 - 2 - 6 - 4 - 2 - 7 - 6 - 3 - 6 - 4 - 8

(a) Bolada-froga baliatuz, datuak independentziaz jaso diren erabaki. Adierazgarritasun-maila: %5.

(b) Eguneko matxura kopurua Poisson banakuntza bati modu egokian doitzen dela esan al daiteke? Adierazgarritasun-maila %5. Laguntza: zuzenean jasotako balioak erabili taula eratzeko, eta goitik/behetik osatu beharrezkoak diren tarteekin.

IV. ebazkizuna *(2 puntu)*

Populazio normal batean datu hauek jaso dira: 32-36-34-38-40-41.

(a) Populazio batezbestekoa 35 delako hipotesia frogatu behar da. Adierazgarritasun-maila: %10.

(b) Populazio batezbestekoaren inguruan %95eko konfiantza-tartea eratu.

EBAZPENAK

I. ebazkizuna *(2 puntu)*

Xiaomi enpresak ekoizten dituen bizikleta elektrikoak Txinan bakarrik saltzen dira, baina tarteka eta kopuru txikitan Europara heltzen dira. Bitartekari batek azken bizikleta modeloaren ale batzuk erosteko eskaintza jaso da. Baina azkar ibili behar dugu, hurrengo asteetan modelo berriaren bizikletak erruz sartuko direlako merkatuan eta 4 astetan saltzen ez ditugun bizikletak beherapen handiarekin saldu beharko ditugu ondoren, 200 €-tan.

Eskaini diguten modelotik 2 bizikleta salduko ditugu gutxienez, bezero bik horren erreserba egin digutelako. 4 asteetako salmentak hortik gorakoak izan daitezke, honako probabilitate hauen arabera (erreserbatutako biak barne):

Unitateak (x)	**Probabilitateak ($p(x)$)**
2	**0.2**
3	**0.3**
4	**0.2**
5	**0.2**
6	**0.1**
	1

Bitartekariak 400€-tan saltzen dizkigu bizikletak eta guk 700 €-tan saltzen ditugu, baina 5 edo 6 bizikleta erosten badizkiogu 350€-ko prezio berezia egingo digu bizikleta bakoitzeko.

Egin beharreko atazak:

(a) Itxarondako mozkina irizpidetzat harturik, erosi beharreko bizikleta kopuru optimoa eman ezazu.

(b) 6 bizikleta erosita lortuko dugun mozkinaren bariantza kalkula ezazu.

(a)

2, 3 edo 4 bizikleta erosita, saldutako bizikleta bakoitzeko 700-400=300 €-ko irabazia lortuko dugu. 5 edo 6 bizikleta salduta, irabazi hori 700-350=350 €da.

2,3 edo 4 bizikleta erosita, saldu gabeko bizikleta bakoitzeko galera 400-200=200 €da. 5 edo 6 bizikleta salduta, galera hori 350-200=150 €da.

2 bizikleta erosita

Saldu (y)	Mozkina (z)	Probabilitateak ($p(y) = p(z)$)	$zp(z)$
2	$2 \times 300 = 600$	1	600
		1	$\mu = 600$

3 bizikleta erosita

Saldu (y)	Mozkina (z)	Probabilitateak ($p(y) = p(z)$)	$zp(z)$
2	$2 \times 300 - 1 \times 200 = 400$	0.2	80
3	$3 \times 300 = 900$	0.8	720
		1	$\mu = 800$

4 bizikleta erosita

Saldu (y)	Mozkina (z)	Probabilitateak ($p(y) = p(z)$)	$zp(z)$
2	$2 \times 300 - 2 \times 200 = 200$	0.2	40
3	$3 \times 300 - 1 \times 200 = 700$	0.3	210
4	$4 \times 300 = 1200$	0.5	600
		1	$\mu = 850$

5 bizikleta erosita

Saldu (y)	Mozkina (z)	Probabilitateak ($p(y) = p(z)$)	$zp(z)$
2	$2 \times 350 - 3 \times 150 = 250$	0.2	50
3	$3 \times 350 - 2 \times 150 = 750$	0.3	225
4	$4 \times 350 - 1 \times 150 = 1250$	0.2	250
5	$5 \times 350 = 1750$	0.3	525
		1	$\mu = 1050$

6 bizikleta erosita

Saldu (y)	Mozkina (z)	Probabilitateak ($p(y) = p(z)$)	$zp(z)$
2	$2 \times 350 - 4 \times 150 = 100$	0.2	20
3	$3 \times 350 - 3 \times 150 = 600$	0.3	180
4	$4 \times 350 - 2 \times 150 = 1100$	0.2	220
5	$5 \times 350 - 1 \times 150 = 1600$	0.2	320
6	$6 \times 350 = 2100$	0.1	210
		1	$\mu = 950$

Itxarondako mozkin handiena dakarren aukera 5 bizikleta erostea da.

(b) Bariantzaren kalkulua:

z	$p(z)$	$zp(z)$	$z^2p(z)$
100	0.2	20	2000
600	0.3	180	108000
1100	0.2	220	242000
1600	0.2	320	512000
2100	0.1	210	441000
	1	$\alpha_1 = \mu = 950$	$\alpha_2 = 1305000$

Eta hartara:

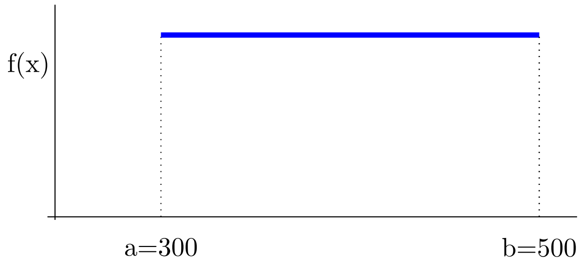
$$\boxed{\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 1305000 - 950^2 = 402500}$$

II. ebazkizuna *(2 puntu)*

Lantegi batean eguneko salmentak modu uniformean banatzen dira 300 500 tartean (eurotan). Limitearen Teorema Zentrala aplikatu honakoak kalkulatzeko:

(a) 80 eguneko salmenten gehienezko zenbatekoa %97,5eko probabilitatearekin.

(b) 50.000 euroko salmentak lortzeko behar den egun kopuru minimoa %97,5eko probabilitatearekin.



$\boxed{\text{(a)}}$

$X_1 \sim U(300, 500)$
$X_2 \sim U(300, 500)$
....
$X_{80} \sim U(300, 500)$

Egun batean:

$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{300+500}{2} = 400$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(500-300)^2}{12} = 3333.33$$

LTZ aplikatuz, 80 eguneko salmentak honela banatzen dira:

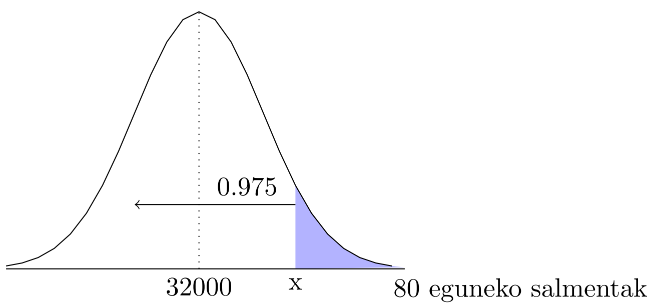
$$\mathbf{X} \sim N(80 \times 400 = 32000, \sqrt{80 \times 3333.33}) : N(32000, 516.4)$$

Gehienezko zenbatekoa eskatzen denez:

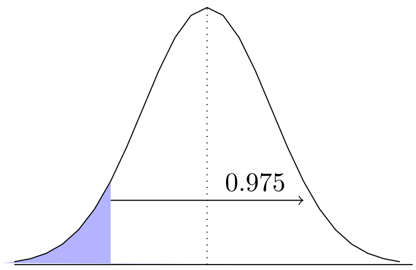
$$P[\mathbf{X} \leq x] = 0.975$$

$$P[Z \leq z] = 0.975 \rightarrow z = 1.96$$

$$1.96 = \frac{x - 32000}{516.4} \rightarrow x = 33012.14 \; euro$$



(b)



$$\mathbf{X} \sim N(400n, \sqrt{3333.33n} = 57.73\sqrt{n})$$

$$P[X > 50000] = 0.975 \rightarrow P[Z > z] = 0.975 \rightarrow z = -1.96$$

$$\frac{50000 - 400n}{57.73\sqrt{n}} = -1.96 \longrightarrow 400n - 113.16\sqrt{n} - 50000 = 0$$

$$\xrightarrow[\sqrt{n}=x]{} 400x^2 - 113.16x - 50000$$

$$\rightarrow x = 11.32 \rightarrow n = 128.14 \rightarrow 129 \ egun$$

III. ebazkizuna *(2 puntu)*

Zorizko lagin independente moduan erabili ahal izateko, 15 egunetan makina batean gertatutako matxura kopurua jaso da. Datu horiek jaso diren ordenan adierazten dira:

7 - 4 - 3 - 5 - 8 - 2 - 6 - 4 - 2 - 7 - 6 - 3 - 6 - 4 - 8

(a) Bolada-froga baliatuz, datuak independentziaz jaso diren erabaki. Adierazgarritasun-maila: %5.

(b) Eguneko matxura kopurua Poisson banakuntza bati modu egokian doitzen dela esan al daiteke? Adierazgarritasun-maila %5. Laguntza: zuzenean jasotako balioak erabili taula eratzeko, eta goitik/behetik osatu beharrezkoak diren tarteekin.

(a)

H_0: datuak zoriz (independentziaz) jaso dira; $\alpha = 0.05$

(a1) Datuak ordenatu eta mediana kalkulatu:

2-2-3-3-4-4-4-$\boxed{5}$-6-6-6-7-7-8-8

(a2) Boladak zenbatu

Datuak:	7	4	3	5	8	2	6	4	2	7	6	3	6	4	8
Medianaz nora:	+	-	-	0	+	-	+	-	-	+	+	-	+	-	+
Boladak:	1	2	2		3	4	5	6	6	7	7	8	9	10	11

11 bolada daude: $R = 11$. Zeinu positiboak eta negatiboak: $m = 7$, $n = 7$.

(a3) Balio kritikoak bilatu tauletan:

$$m = 7; n = 7 \rightarrow 3 - 13$$

Suertatu den $R = 11$ bolada kopuruak hipotesi nulua, hots, datuak zoriz eta independentziaz jaso direla onartzera garamatza.

(b)

H_0: datuak Poisson banaketara egoki doitzen dira

Lambda parametroa zehazten ez denez, estimatu egin behar da lagin batezbestekoaren bitartez:

$$\hat{\mu} = \hat{\lambda} = \frac{7+4+3+\cdots+8}{15} = \frac{75}{15} = 5$$

Probabilitate teorikoak honela kalkulatzen dira:

$P[X=0] = \dfrac{e^{-5}5^0}{0!} = 0.0067$

$P[X=1] = \dfrac{e^{-5}5^1}{1!} = 0.0337$

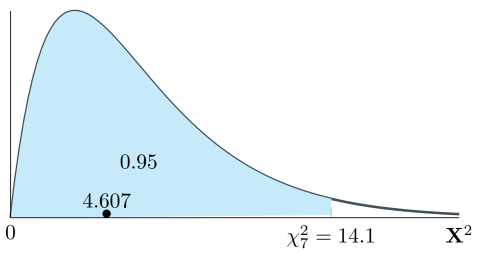
$P[X=2] = \dfrac{e^{-5}5^2}{2!} = 0.0842$

....

Tarteak	Maiztasun enpirikoa (O_i)	Probabilitate teorikoa (p_i)	Maiztasun teorikoa (E_i)	$\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$
<2	0	0.0404*	0.606	0.606
2	2	0.0842	1.263	0.430
3	2	0.1404	2.106	0.005
4	3	0.1755	2.633	0.051
5	1	0.1755	2.633	1.012
6	3	0.1462	2.193	0.297
7	2	0.1044	1.566	0.120
8	2	0.0653	0.980	1.063
>8	0	0.0681**	1.022	1.022
	15	1	15	$\mathbf{X}^2 = 4.607$

* : $0.0404 = 0.0067 + 0.037$
** : $0.0681 = 1 - 0.0404 - 0.0842 - \cdots - 0.0653$

$\mathbf{X}^2$ estatistikoa khi-karratu taulan bilatu beharreko balio kritikoarekin alderatu behar da. Askatasun-gradu kopurua 9-1-1=7 da.



$4.607 < 14.1$ dugunez, hipotesi nulua onartu eta eredua egokia dela erabaki behar da adierazgarritasun-maila horretarako.

IV. ebazkizuna *(2 puntu)*

Populazio normal batean datu hauek jaso dira: 32-36-34-38-40-41.

(a) Populazio batezbestekoa 35 delako hipotesia frogatu behar da. Adierazgarritasun-maila: %10.

(b) Populazio batezbestekoaren inguruan %95eko konfiantza-tartea eratu.

(a)

Hipotesi nulu jakina probatzeko eskatzen da: $H_0 : \mu = 35$

Populazioa normala eta σ ezezaguna denez, Student t banaketa baliatzen dugu lagin banaketa moduan:

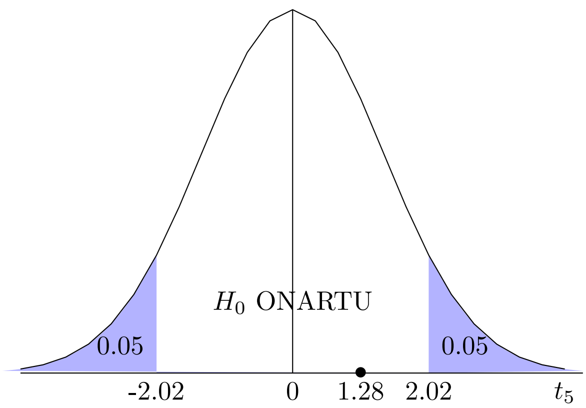
$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\hat{s}/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$\overline{x} = \frac{32 + 36 + 34 + 38 + 40 + 41}{6} = \frac{221}{6} = 36.83$$

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{(32 - 36.83)^2 + (36 - 36.83)^2 + (34 - 36.83)^2 + (38 - 36.83)^2 + (40 - 36.83)^2 + (41 - 36.83)^2}{6 - 1}} = 3.49$$

$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\hat{s}/\sqrt{n}} = \frac{36.83 - 35}{3.49/\sqrt{6}} = 1.28$$

Balio kritikoak: $\pm t_{n-1,\alpha/2} \to \pm t_{5,0.05} = \pm 2.02$



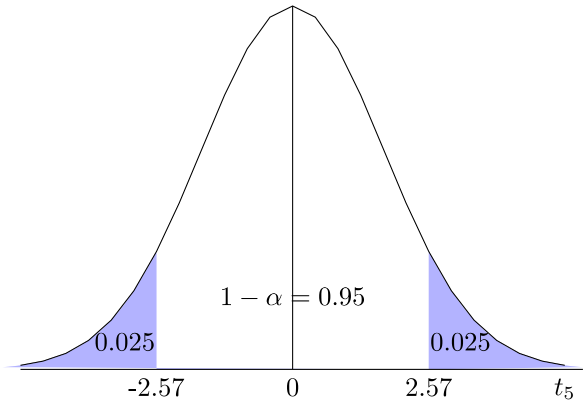
$H_0 : \mu = 35$ onartu behar da.

$\boxed{\text{(b)}}$

$$KT_{\mu}^{1-\alpha} : \overline{x} \pm t_{n-1,\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$$

$$1-\alpha = 0.95 \rightarrow t_{5,0.975} = 2.57$$

$$\boxed{\mathrm{KT}_{\mu}^{0.95} : 36.83 \pm 2.57\frac{3.49}{\sqrt{6}} : 36.83 \pm 3.66 : 33.17 < \mu < 40.49}$$



ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2018ko ekainaren 4a, 10:00

Iraupena: 35 minutu

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 2 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Erantzun oker bakoitzak zuzenak ematen duenaren erdia kentzen du. Galderak erantzun gabe utz daitezke, punturik gehitu eta kendu gabe.

1. 4 zifrako zenbat kode ezberdin osa daitezke 1, 2, 3, 4, 5, 6 eta 7 digitoekin, zifra guztiak guztiak ezberdinak izan behar badira?
   (a) 70
   (b) 210
   (c) 343
   (d) Aurreko guztiak okerrak dira.

2. Nola laburtzen da $(A - B) \cap B$?
   (a) $\emptyset$ (multzo hutsa)
   (b) A
   (c) B
   (d) $A \cap B$

3. Kalkulatu $\binom{m}{3}$.
   (a) $m(m-1)(m-2)$
   (b) $m(m-1)(m-2)(m-3)$
   (c) $m(m-1)(m-2)/3$
   (d) $m(m-1)(m-2)/6$

4. Ontzi batean 4 pieza akasgabe eta 1 akastun daude. 2 pieza ateratzen dira zoriz batera. Zenbat da gehienez 1 akastun suertatzeko probabilitatea?
   (a) 1
   (b) 0.5
   (c) 0.33
   (d) 0.66

5. Gosetea dago Senegalen. Azken hiru hilabeteetan, ohiko bilakatu dira eskualde batean 5 urtetik beherako haurren heriotzak. Nola kalkulatuko zenuke bihar haurrik ez hiltzeko probabilitatea?
   (a) Heriotzari buruz erabateko ezjakintasuna dago beti, eta beraz bai ala ez gerta daitekeenez, probabilitatea 0.5 dela esan behar da.
   (b) Azken hiru hilabeteetako estatistikak kontsultatuz, hori zenbat egunetan gertatu den kontatuz.
   (c) Hainbat faktore kontuan hartuz, hala nola janari-erreserbak eta eguraldi pronostikoa.
   (d) Ezin da kalkulatu, inoiz ez baitakigu heriotza noiz heltzen den, eta probabilitate hori 0ra eramateko hartu beharreko neurriak hartu behar dira

6. $P(A_i)$ a priori probabilitateak izanik, eta B jasotako informazioa. Nola kalkulatzen dira a posteriori probabilitateak Bayes-en teoreman?
   (a) $\dfrac{P(A_i)}{\sum_i P(B/A_i)}$
   (b) $\dfrac{P(A_i)P(B)}{\sum_i P(B/A_i)}$
   (c) $\dfrac{P(B/A_i)}{\sum_i P(B)P(A_i/B)}$
   (d) $\dfrac{P(A_i)P(B/A_i)}{\sum_i P(A_i)P(B/A_i)}$

7. Bayes-en teorema aplikatzerakoan, bi a priori probabilitate ditugu: $P(A_1) = 0.3$ eta $P(A_2) = 0.7$. Beste alde batetik, probableagoa da B gertatzea A_1 izanda A_2 izanda baino. Zein dira honako hauetatik egiazkoak?
   (a) A_1 gertaeraren a posteriori probabilitatea igo ala ez jaitsiko den ezin da zehaztu, a priori probabilitateek eta egiantzek norabide ezberdinak dituztelako.
   (b) A_1 gertaeraren a posteriori probabilitatea A_2-rena baino handiagoa izango den ezin da zehaztu emandako informazioarekin.
   (c) A_1 gertaeraren a posteriori probabilitatea handiagoa izango da dagokion a priori probabilitatea baino.
   (d) (b) eta (c) dira egiazkoak.

8. Herri batean pertsona bat gure asegurua kontatatua duen bezeroa izateko probabilitatea 0.4 da. Bezeroen artean informazioa eskatu zutenak %70 dira. Bezero ez direnen artean, informazio eskatu zutenak %20 dira. Pertsona batek informazioa eskatu badu, zenbatekoa da azkenean bezero bilakatzeko probabilitatea?
   (a) 0.7
   (b) 0.6
   (c) 0.5
   (d) 0.4

9. Pertsona batek egunean zehar mugikorreko eguraldi-aplikazioa zabaltzen duen aldi kopurua honela banatzen dela uste da: $F(x) = 1 - (\frac{1}{3})^x$; $x = 1, 2, 3, \ldots$. Kalkulatu egunean aplikazioa bi aldiz zabaltzeko probabilitatea.
   (a) 2/3
   (b) 1/3
   (c) 2/9
   (d) 8/9

10. $F(x) = \dfrac{x^3}{k}$; $0 < x < 2$. Kalkulatu k funtzio hori banaketa-funtzioa izan dadin.
   (a) 3
   (b) 6
   (c) 8
   (d) Funtzio hori ez da inoiz izango banaketa-funtzioa.

11. Zein da Euskal Herrian jaioko diren hurrengo 6 umeen sexu-segida probableena? Oharra: M, mutil; A: neska.
   (a) MAMAMA
   (b) MAAMAA
   (c) MMMAAA
   (d) Aurreko hirurek probabilitate berdina dute.

12. $f(x) = \frac{x}{8}$; $0 < x < 4$. Kalkulatu $P[X > 2]$.
   (a) 0.25
   (b) 0.50
   (c) 0.75
   (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

13. $f(x) = \frac{x}{8}$; $0 < x < 4$. Kalkulatu itxaropen matematikoa.
   (a) 1.66
   (b) 2.66
   (c) 3.66
   (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

14. A, B eta C inbertsioek emango dituzten errendimenduen itxaropenak eta desbideratzeak ematen dira jarraian: $\mu_A = 4, \sigma_A = 2$, $\mu_B = 3, \sigma_B = 1$, $\mu_C = 2, \sigma_C = 0.75$. Zein da inbertsio onena epe luzera?
    (a) A
    (b) B
    (c) C
    (d) Utilitate-funtzioa behar da erabaki bat hartzeko.

15. Hau dakigu zorizko aldagai bati buruz: $\mu = 4, \sigma = 1$. Hurbildu $P[X \leq 2]$.
    (a) $P[X \leq 2] \leq 0.125$
    (b) $P[X \leq 2] \leq 0.25$
    (c) $P[X \leq 2] \leq 0.75$
    (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

16. Egun batean 4 edo gehiago saltzeko probabilitatea 0.2 da. Nola kalkulatzen da R bitartez 10 egunetatik 3tan (3 horietako bakoitzean) 4 edo gehiago saltzeko probabilitatea?
    (a) `dbinom(3,4,10,0.2)`
    (b) `dbinom(3,10,0.2,lower.tail=F)`
    (c) `pbinom(3,4,10,0.2)`
    (d) `dbinom(3,10,0.2)`

17. Pieza bat akastuna izateko probabilitatea 0.2 da. Zenbat da lehen akastuna izan arte 4 akasgabe izateko probabilitatea?
    (a) 0.081
    (b) 0.0016
    (c) 0.4096
    (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

18. Pieza bat akastuna izateko probabilitatea 0.4 da. Zenbat da bigarren akasgabea izan arte 4 akastun izateko probabilitatea?
    (a) 0.04608
    (b) 0.05608
    (c) 0.06608
    (d) Aurreko guztiak faltsuak dira.

19. Eguneko ekoizpena 1 edo 2 izan daiteke, 0.3 eta 0.7ko probabilitateez hurrenik hurren. Zenbat da bariantza?
    (a) 0.01
    (b) 0.11
    (c) 0.21
    (d) 0.31

20. Zer da faltsua itxaropenari buruz?
    (a) Bakarra da.
    (b) Epe luzera betetzen da.
    (c) Beti ezaguna da edo kalkula daiteke.
    (d) Parametroa izaten da.

Estatistika enpresara aplikatua
-
2018ko ekainaren 4a

Izena eta abizena: Josemari Sarasola

Galdera	Erantzuna
1	B
2	A
3	D
4	A
5	B
6	D
7	D
8	A
9	C
10	C
11	D
12	C
13	B
14	A
15	B
16	D
17	A
18	A
19	C
20	C

	KOPURUA
ONGI	10
GAIZKI	0
ERANTZUN GABE	0

ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakasleak: Andoni Maiza eta Josemari Sarasola

Data: 2018ko ekainaren 4a, 10:00

Adierazburu-orria

I. ebazkizuna: probabilitate zuhaitza *(2 puntu)*

Hotel txiki batek hurrengo asteburuari begira ostiraleko gauerako 0, 1 edo 2 gela bikoitzeko erreserba izango dituela uste du, 0.2, 0.5 eta 0.3ko probabilitateez hurrenez hurren. Erreserba horietako bakoitzak larunbateko gauean ostatua berritzeko duen probabilitatea 0.4 da.

Egin beharreko atazak:

(a) Bi gauetan zehar gauzatuko diren bi pertsonako eguneko egonaldi total posibleak eta horien probabilitateak eman zuhaitz baten bitartez.

(b) Aurreko emaitzak taula batean bildu eta egonaldi kopuru totalaren itxaropen matematikoa eta bariantza kalkula itzazu.

II. ebazkizuna *(2 puntu)*

Makina batean 2,4 matxura gertatzen dira eguneko (24 orduko) batezbestez eta zoriz. Ondorengoak kalkulatu:

(a1) Egun batean 3 matxura baino gehiago izateko probabilitatea.

(a2) 2 egunetan matxurarik ez izateko probabilitatea.

(b1) Ondoz ondoko matxuren arteko denbora 12 ordu baino gehiago izateko probabilitatea, Poisson banakuntza erabilita.

(b2) Ondoz ondoko matxuren arteko denbora 12 ordu baino gehiago izateko probabilitatea, banakuntza esponentziala erabilita.

III. ebazkizuna *(2 puntu)*

Zorizko lagin independente moduan erabili ahal izateko, denda batean 11 eguneko salmenten datuak jaso dira (eurotan). Datu horiek jaso diren ordenan adierazten dira:

202 - 225 - 240 - 390 - 380 - 325 - 205 - 220 - 275 - 341 - 398

(a) Bolada-froga baliatuz, datuak independentziaz jaso diren erabaki. Adierazgarritasun-maila: %5.

(b) Salmenten zenbatekoa banakuntza normal bati modu egokian doitzen dela esan al daiteke? Adierazgarritasun-maila %2,5. Laguntza: 200-250, 250-300, 300-350, 350-400 tarteak erabili taula eratzeko, eta goitik/behetik osatu beharrezkoak diren tarteekin.

IV. ebazkizuna *(2 puntu)*

Hornitzaile batek pieza akastunen proportzioa %1 dela ziurtatzen du. Guk 400 pieza aztertu ditugu eta horietatik 7 akastun direla aurkitu dugu.

(a) Akastunen proportzioa 0,01 baino txikiagoa delako hipotesia frogatu behar da. Adierazgarritasun-maila: %2,5.

(b) Laginaren akastunen proportzioaren inguruan %95eko konfiantza-tartea eratu.

I. ebazkizuna: probabilitate zuhaitza *(2 puntu)*

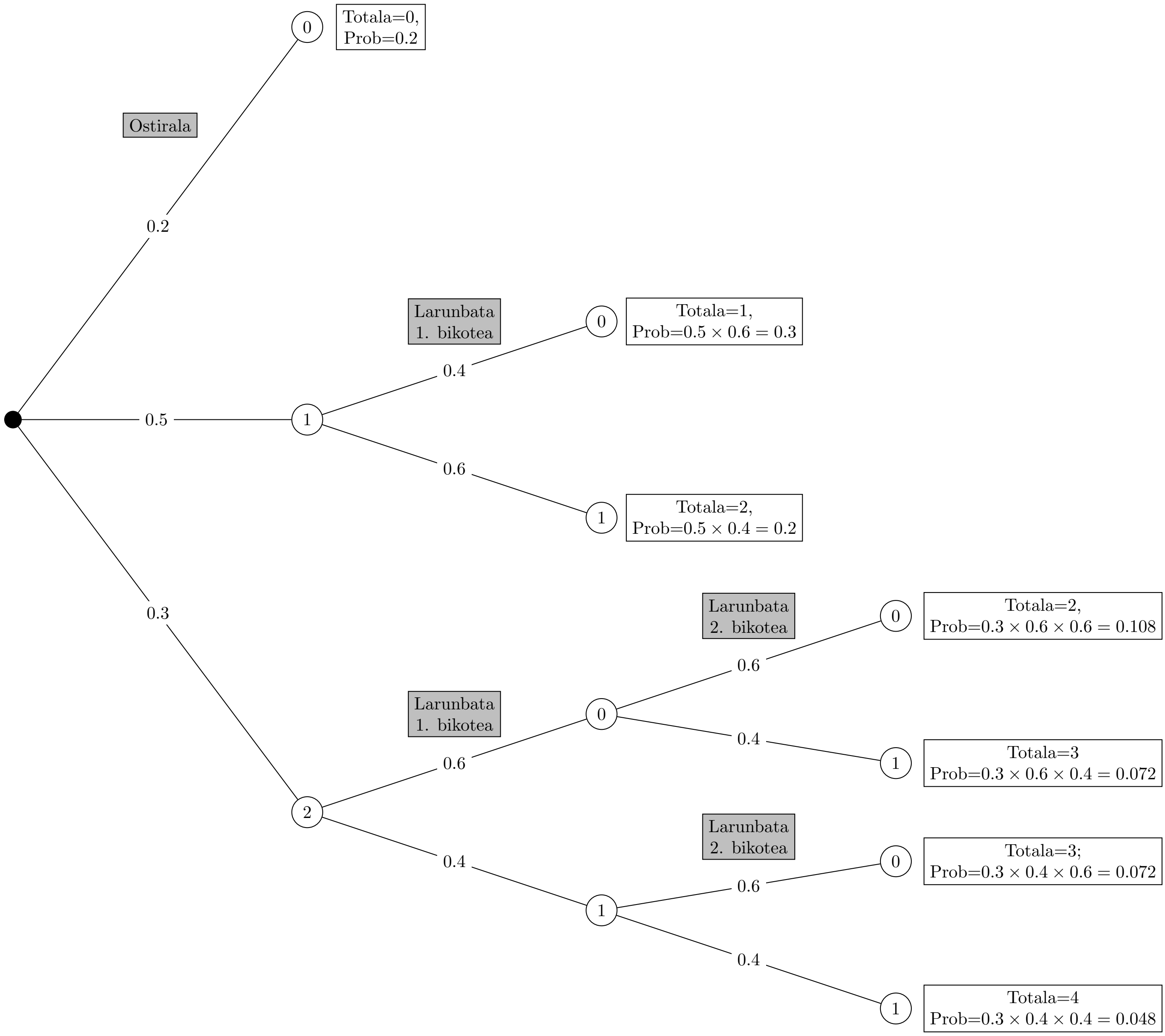
Hotel txiki batek hurrengo asteburuari begira ostiraleko gauerako 0, 1 edo 2 gela bikoitzeko erreserba izango dituela uste du, 0.2, 0.5 eta 0.3ko probabilitateez hurrenez hurren. Erreserba horietako bakoitzak larunbateko gauean ostatua berritzeko duen probabilitatea 0.4 da. Gau eta gela bakoitzeko bi afari zerbitzatzen dira.

Egin beharreko atazak:

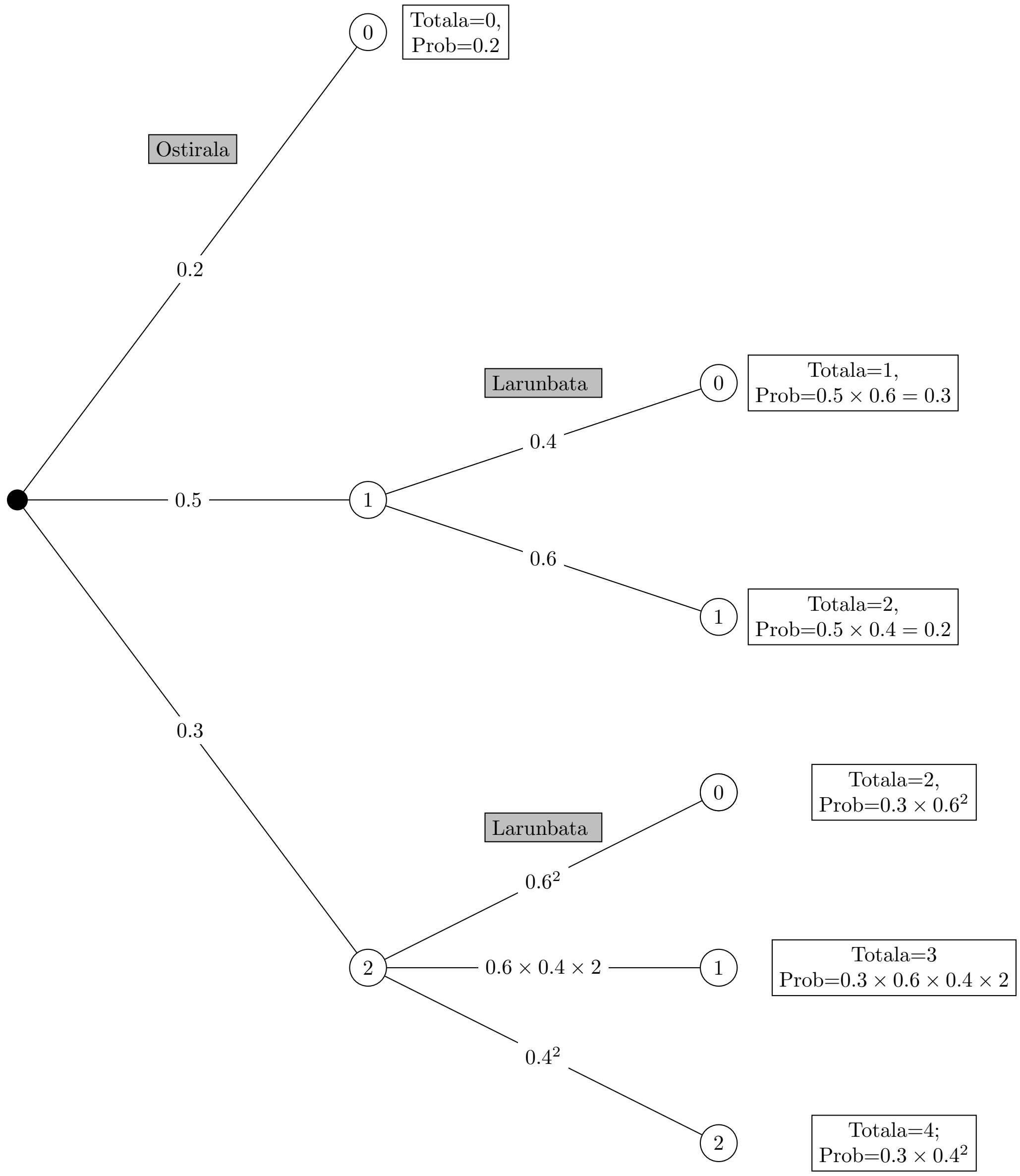
(a) Bi gauetan zehar zerbitzatuko diren afari kopuru total posibleak eta horien probabilitateak eman zuhaitz baten bitartez.

(b) Aurreko emaitzak taula batean bildu eta afari kopuru totalaren itxaropen matematikoa eta bariantza kalkula itzazu.

(a)



Aukeran honela ere egin daiteke laburrago:



(b)

Gau kopuruak (x)	$p(x)$	$xp(x)$	$x^2p(x)$
0	0.2	0	0
1	0.3	0.3	0.3
2	0.308	0.616	1.232
3	0.144	0.432	1.296
4	0.048	0.192	0.768
	1	1.54	3.596

$$\mu_X = \alpha_1 = \sum xp(x) = 1.54\ gau$$

$$\sigma_X^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 3.596 - 1.54^2 = 1.2244\ gau^2$$

II. ebazkizuna *(2 puntu)*

Makina batean 2,4 matxura gertatzen dira eguneko (24 orduko) batezbestez eta zoriz. Ondorengoak kalkulatu:

(a1) Egun batean 3 matxura baino gehiago izateko probabilitatea.

(a2) 2 egunetan matxurarik ez izateko probabilitatea.

(b1) Ondoz ondoko matxuren arteko denbora 12 ordu baino gehiago izateko probabilitatea, Poisson banakuntza erabilita.

(b2) Ondoz ondoko matxuren arteko denbora 12 ordu baino gehiago izateko probabilitatea, banakuntza esponentziala erabilita.

$$\lambda_{1\ egun} = 2.4$$

(a1)

$$P[X > 3] = 1 - \Big[P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3]\Big]$$

- $P[X = 0] = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} = \dfrac{e^{-2.4}2.4^0}{0!} = 0.091$
- $P[X = 1] = \dfrac{e^{-2.4}2.4^1}{1!} = 0.218$
- $P[X = 2] = \dfrac{e^{-2.4}2.4^2}{2!} = 0.261$
- $P[X = 3] = \dfrac{e^{-2.4}2.4^3}{3!} = 0.209$

$$P[X > 3] = 1 - \Big[0.01 + 0.218 + 0.261 + 0.209\Big] = 0.221$$

(a2)

$$\lambda_{2\ egun} = 4.8$$

$$P[X = 0] = \frac{e^{-4.8}4.8^0}{0!} = 0.008$$

(b1)

Poisson banakuntza erabilita, X: matxura kopurua

$\lambda_{12\ ordu} = 1.2$

$P[12\ ordu\ matxurarik\ gabe] = \dfrac{e^{-1.2}1.2^0}{0!} = 0.301$

(b2)

Esponentziala erabilita, X: denbora

$\lambda_{1\ ordu} = \dfrac{2.4}{24} = 0.1$

$P[X > 12] = 1 - F(12) = 1 - (1 - e^{-\lambda x}) = e^{-0.1\times 12} = 1 - 0.699 = 0.301$

III. ebazkizuna *(2 puntu)*

Zorizko lagin independente moduan erabili ahal izateko, denda batean 11 eguneko salmenten datuak jaso dira (eurotan). Datu horiek jaso diren ordenan adierazten dira:

202 - 225 - 240 - 390 - 380 - 325 - 205 - 220 - 275 - 341 - 398

(a) Bolada-froga baliatuz, datuak independentziaz jaso diren erabaki. Adierazgarritasun-maila: %5.

(b) Salmenten zenbatekoa banakuntza normal bati modu egokian doitzen dela esan al daiteke? Adierazgarritasun-maila %2,5. Laguntza: 200-250, 250-300, 300-350, 350-400 tarteak erabili taula eratzeko, eta goitik/behetik osatu beharrezkoak diren tarteekin.

(a)

H_0: datuak zoriz (independentziaz) jaso dira; $\alpha = 0.05$

(a1) Datuak ordenatu eta mediana kalkulatu:

202-205-220-225-240-$\boxed{275}$-325-341-380-390-398

(a2) Boladak zenbatu

Datuak:	202	205	220	225	240	275	325	341	380	390	398
Medianaz nora:	-	-	-	+	+	+	-	-	0	+	+
Boladak:	1	1	1	2	2	2	3	3	(0)	4	4

4 bolada daude: $R = 4$. Zeinu positiboak eta negatiboak: $m = 5$, $n = 5$.

(a3) Balio kritikoak bilatu tauletan:

$$m = 5; n = 5 \rightarrow 2 - 10$$

Suertatu den $R = 4$ bolada kopuruak hipotesi nulua, hots, datuak zoriz eta independentziaz jaso direla onartzera garamatza.

(b)

H_0: banakuntza normala egokia da, $\alpha = 0.025$

Banakuntza normalaren μ eta σ parametroak zehazten ez direnez, estimatu egin behar dira :

$$\hat{\mu} = \overline{x} = \frac{202 + 205 + 220 + 225 + 240 + 275 + 325 + 341 + 380 + 390 + 398}{11} = 291$$

$$\hat{\sigma} = \hat{s} = \sqrt{\frac{(202 - 291)^2 + (225 - 291)^2 + \cdots + (398 - 291)^2}{11}} = 77.72$$

Probabilitate teorikoak honela kalkulatzen dira, < 200 eta ≥ 400 tarteak gehituz:

$$P[X < 200] = P\left[Z < \frac{200 - 291}{77.72}\right] = P[Z < -1.17] = 0.1210$$

$$P[X < 250] = P\left[Z < \frac{250 - 291}{77.72}\right] = P[Z < -0.53] = 0.2981$$

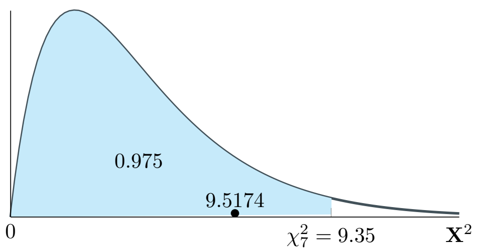
$$P[X < 300] = P\left[Z < \frac{300 - 291}{77.72}\right] = P[Z < 0.12] = 0.5478$$

$$P[X < 350] = P\left[Z < \frac{350 - 291}{77.72}\right] = P[Z < 0.76] = 0.7764$$

$$P[X < 400] = P\left[Z < \frac{400 - 291}{77.72}\right] = P[Z < 1.40] = 0.9192$$

Tarteak	Maiztasun enpirikoa (O_i)	Probabilitate teorikoa (p_i)	Maiztasun teorikoa (E_i)	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
< 200	0	0.1210	1.331	1.331
$[200, 250)$	5	0.2981-0.1210=0.1771	1.948	4.781
$[250, 300)$	1	0.5478-0.2981=0.2497	2.747	1.111
$[300, 350)$	2	0.7764-0.5478=0.2286	2.515	0.105
$[350, 400)$	3	0.9192-0.7764=0.1429	1.571	1.300
≥ 400	0	1-0.9192=0.0808	0.889	0.889
	11	1	11	$\mathbf{X}^2 = 9.5174$

$\mathbf{X}^2$ estatistikoa khi-karratu taulan bilatu beharreko balio kritikoarekin alderatu behar da. Askatasun-gradu kopurua 6-2-1=3 da, eta balio kritikoa. taulan bilatuta. $\chi^2_{3,0.025} = 9.35$.



9.5174 > 9.35 dugunez, hipotesi nulua baztertu eta eredua normala egokia ez dela erabaki behar da adierazgarritasun-maila horretarako.

IV. ebazkizuna *(2 puntu)*

Hornitzaile batek pieza akastunen proportzioa %1 dela ziurtatzen du. Guk 400 pieza aztertu ditugu eta horietatik 7 akastun direla aurkitu dugu.

(a) Akastunen proportzioa 0,01 baino txikiagoa delako hipotesia frogatu behar da. Adierazgarritasun-maila: %2,5.

(b) Laginaren akastunen proportzioaren inguruan %95eko konfiantza-tartea eratu.

(a)

$H-0: p<0.01$, $\alpha=0.025$. Alde bakarreko proba da, beraz.

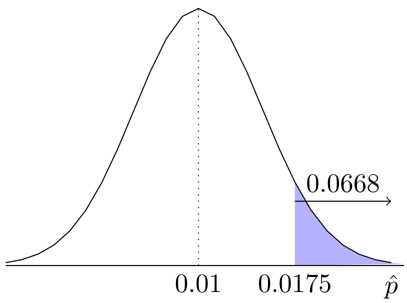
$\hat{p}=\dfrac{7}{400}=0.0175$

$n>30$ dugunez, $\hat{p}\sim N\left(p,\sqrt{\dfrac{pq}{n}}\right):N\left(0.01,\sqrt{\dfrac{0.01\times 0.99}{400}}\right):N(0.01,0.005)$

(a1)

p-balioaren metodoa erabilita,

$P[\hat{p}>0.0175]=P\left[Z>\dfrac{0.0175-0.01}{0.005}\right]=P[Z>1.5]=1-0.9332=0.0668>0.025\to H_0\ onartu$



(a2)

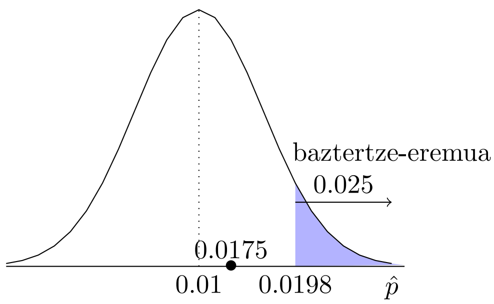
Balio kritikoaren metodoa erabilita,

$P[\hat{p}>\hat{p}_0]=0.025$

$P[Z>z_0]=0.025\to z_0=1.96$

$1.96=\dfrac{\hat{p}_0.01}{0.005}\to\hat{p}_0=0.0198$

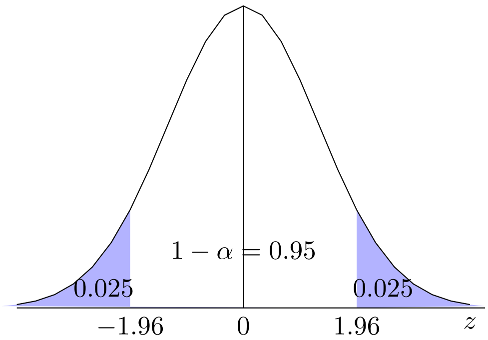
$\hat{p}$ estatistikoaren balioa $\hat{p}_0$ baino txikiagoa denez, H_0 onartu egiten da:



(b)

Akastun prtoportzioaren inguruko %95eko konfiantza tartea:

$$KT_p^{1-\alpha} : \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} : 0.0175 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.0175 \times 0.09825}{400}} : 0.0175 \pm 0.0128 : 0.0047 < p < 0.0303,\ \%95 eko\ konfiantzaz$$



ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakaslea: Josemari Sarasola

Data: 2018ko uztailaren 6a, 15:00

Iraupena: 35 minutu

Erantzun bakarra da zuzena galdera bakoitzean. Guztira testak 2 puntu balio du. Erantzun zuzenak 0.1 puntu balio du. Erantzun oker bakoitzak zuzenak ematen duenaren erdia kentzen du. Galderak erantzun gabe utz daitezke, punturik gehitu eta kendu gabe.

1. Tailer batean 8 auto konpontzeke eta gaur 8 horietatik 2rekin hasiko dira lanean. Zenbat eratara aukera daitezke bi auto horiek?
   (a) 16
   (b) 28
   (c) 32
   (d) 56

2. Hotel txiki batera bi bezero ezberdin espero ditugu hurrengo 4 egunetan, baina data zehatza ez dute eman. Zenbat dira biak etorriko diren data konbinazio desberdinak?
   (a) 8
   (b) 16
   (c) 24
   (d) 32

3. Banaketa-furgoneta bat asteko 7 egunetatik 3tan etortzen da herrira, zorizko egunetan. Zenbat da astelehen, astearte eta asteazkenean etortzeko probabilitatea?
   (a) 0.018
   (b) 0.028
   (c) 0.038
   (d) 0.048

4. Ontzi batean 4 akastun eta 6 akasgabe daude. 3 pieza ateratzen dira batera. Zenbat da denak akastunak izateko probabilitatea?
   (a) 0.011
   (b) 0.022
   (c) 0.033
   (d) 0.044

5. A eta B bateraezinak izanik, sinplifikatu $A \cap B$.
   (a) A
   (b) B
   (c) Ω
   (d) Multzo hutsa.

6. Herri batean 100 gizon eta 200 emakume daude. 50 langabetu daude. Gizonetatik 80 daude lanean. Zenbatekoa da herritar emakume bat lanean ez izateko probabilitatea?
   (a) 0.15
   (b) 0.25
   (c) 0.40
   (d) Beste bat da erantzuna.

7. Ikastaro batera 12 lagunek egin dute aurreinskripzioa. Azkenean horietako bakoitzak ikastaro egiteko eta ez egiteko aukerak berdintsuak direla irizten bada, nola kalkulatuko zenuke horietatik 6k gutxienez azkenean ikastarorako izena emateko probabilitatea?
   (a) Laplaceren erregela
   (b) Metodo enpirikoa
   (c) Probabilitate subjektiboa baliatuz.
   (d) Aurreko urteetako datuak eta esperientzia erabiliz.

8. Aseguru enpresa batek 1000 aseguratu ditu: 600 gizon eta 400 emakume. Istripua izan zuten gizonak 300 dira; istripua izan zuten emakumeak 100. Bezero batek istripua izan du. Kalkulatu emakumea izateko probabilitatea.
   (a) 0.25
   (b) 0.40
   (c) 0.50
   (d) 0.75

9. Honako hauetatik zein da faltsua froga estatistikoei buruz?
   (a) Hipotesi nulua ematean, probabilitate sinple bati buruzko balio finkoa eta zehatza ematen duten hipotesi nuluak hobesten dira.
   (b) Ebidentziaren probabilitatea (edo are harrigarriagoa den zerbaitena) adierazgarritasun maila da.
   (c) Adierazgarritasun-maila zenbat eta handiagoa, orduan eta aiseago baztertzen da hipotesi nulua.
   (d) Adierazgarritasun-maila aldez aurretik finkatzen da.

10. $P[A] = 0.4$; $P[B] = 0.3$; $P[C] = 0.2$; $P[A \cap B] = 0.1$; $P[A \cap C] = 0.1$; $P[B \cap C] = 0.1$; $P[A \cap B \cap C] = 0.1$. Zenbat da A, B eta C gertaeretatik gutxienez bat gertatzeko probabilitatea?
    (a) 0.5
    (b) 0.6
    (c) 0.7
    (d) 0.9

11. $F(x) = \dfrac{3x^4}{k}$; $0 \leq x \leq 2$. Kalkulatu k emandako funtzioa banaketa-funtzioa izan dadin.
    (a) 6
    (b) 12
    (c) 24
    (d) 48

12. $P(X = x) = \dfrac{x}{k}$; $x = 1, 2, 3, 4, 5$. Kalkulatu k emandako funtzioa probabilitate-funtzioa izan dadin.
    (a) 3
    (b) 5
    (c) 6
    (d) 15

13. $f(x) = \dfrac{x}{18}$; $0 < x < 6$. Eman $P[X > 4]$.
    (a) 0.06
    (b) 0.13
    (c) 0.16
    (d) 0.55

14. Kamioi batean 20 kiloko kaxak sartzen dira. Zamatuko diren kaxen kopurua zorizkoa da, eta baita pisu totala ere. X pisu totala zorizko aldagai jarraitutzat hartzen da, eta pisu posible guztiek probabilitate berdina dute. Nola kalkulatuko zenuke 2000 kiloko zama izateko probabilitatea?
   (a) 0 da, zorizko aldagai jarraitua denez.
   (b) 20/2000=0.01
   (c) $P[1990 < X < 2010]$
   (d) $P[1980 < X < 2020]$

15. Honako hauetatik zein da faltsua?
   (a) Aldagai jarraitu batek balio ezberdin asko hartzen dituenean, diskretutzat hartzen da.
   (b) Probabilitate banaketa batean posible da probabilitate zehatza ezin kalkulatzea, parametroa(k) ezezaguna bad(ir)a.
   (c) Probabilitate banaketak funtzio matematikoak izaten dira, kalkulua errazteko.
   (d) Probabilitate banaketa bat parametroa zehaztu gabe definitu daiteke.

16. Zorizko aldagai batek 0 eta a balioak har ditzake $1-p$ eta p probabilitateekin. Kalkulatu jatorriari buruzko bigarren momentua.
   (a) ap
   (b) ap^2
   (c) a^2p
   (d) a^2p^2

17. Akzio baten asteko etekinei buruz, bariantza handia izatea(k), ...
   (a) epe luzera ez da kontuan hartzekoa.
   (b) epe laburrera arriskua txikia izango dela esan nahi du.
   (c) epe luzera arriskua handia izango dela esan nahi du.
   (d) utilitate funtzioaren bidez ebaluatu behar da, akzioa komeni den erabakitzeko.

18. Egunkari saltzailearen probleman,
   (a) erosi beharreko ale kopurua bilatzen da, eskariaren probabilitate banaketa ezaguna izanda.
   (b) eskariaren balio optimoa bilatzen da, erosi beharreko ale kopuru ezberdinetarako.
   (c) erosi beharreko ale kopurua bilatzen da, eskari finko baterako.
   (d) eskariaren balio optimoa bilatzen da, erosi behar dugun ale kopuru jakin baterako.

19. Pieza bat akastuna izateko probabilitatea 0.4 da. 5 pieza ekoitzita, zenbat da gutxienez pieza bat akastuna izateko probabilitatea?
   (a) 0.80
   (b) 0.84
   (c) 0.88
   (d) 0.92

20. Pieza bat akastuna izateko probabilitatea 0.2 da. Zenbat akasgabe espero dira bigarren akastuna izan arte?
   (a) 0.5
   (b) 1
   (c) 4
   (d) 8

Estatistika enpresara aplikatua

-

2018ko uztailaren 6a

Izena eta abizenak: Josemari Sarasola

Galdera	Erantzuna
1	B
2	B
3	B
4	C
5	D
6	A
7	A
8	A
9	B
10	C
11	D
12	D
13	D
14	C
15	A
16	C
17	A
18	A
19	D
20	D

	KOPURUA
ONGI	10
GAIZKI	0
ERANTZUN GABE	0