ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

2019ko azterketa ebatziak (bigarren zatiak)

Donostiako Ekonomia eta Enpresa Fakultatea
Euskal Herriko Unibertsitatea

Irakasgaiaren irakaslea: Eusebio Lasa Altuna

Ariketen berri emaile, idazle eta ebazlea: Beñat Zunzunegi

Gizapedia

gizapedia.hirusta.io

ESTATISTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakaslea: Eusebio Lasa

Data: 2019ko maiatzaren 20a, 10:00

1. ariketa

(2 puntu) Makina batek 0.5cmko batez besteko lodierako piezak egiten ditu eta prozesua geldiarazi behar da batezbestekoa 0.5cm baino txikiagoa denean.

(a) Aleatorioki hartutako 200 piezen lodieren batezbestekoa 0.48cm izan da eta desbideratze tipikoa 0.1. Adierazgarritasun-maila %1 izanik, zer erabaki behar da, prozesua gelditu ala ez?

(b) Piezen batez besbeko lodiera 0.5cm bada gutxienez, zenbat da I. motako errorea egiteko probabilitatea?

(c) Piezen batez besteko lodiera 0.49cm bada, zenbat da II. motako errorea egiteko probabilitatea?

(a)

BAIEZTAPENA: 0.5cm bada batez besteko lodiera, prozesua gelditu egin behar da

HIPOTESIEN ESPAZIOA:

$H_0 : \mu \geq 0.5$
$H_a : \mu < 0.5$

LAGIN BANAKETA:

Estimatzailea lagin batezbestekoa, eta lagin tamaina handia denez, banaketa normala baliatu behar da:

$$\overline{x} \sim N\left(0.5, \frac{0.1}{\sqrt{200}} = 0.007\right)$$

ESKUALDE KRITIKOA:

Kontrastea alde batekoa eta honela planteatzen da eskualde kritikoa:

$$P[\overline{x} < \overline{x}_0] = 0.01$$

Estandartuz eta tauletan bilatuz:

$$\frac{\overline{x}_0 - 0.5}{0.007} = -2.32 \rightarrow \overline{x}_0 = 0.48376$$

Orduan, hau da eskualde kritikoa:

$$EK : \{-\infty < \overline{x} < 0.48376\}$$

ERABAKIA: 0.48ko batezbestekoa eskualde kritikoan denez, hipotesi nulua ukatu eta prozesu gelditu behar dela erabaki behar da.

(b)

Batez besteko lodiera 0.5 denean, eskualde kritikoaren probabilitatea, eta beraz I motako errorea, 0.01 noski, adierazgarritasun-maila alegia. Batez besteko lodiera 0.5 baino handiagoa denean, I motako errorea 0.01 baino txikiagoa da. Adibidez, batez besteko lodiera 0.505 denean, hau izango da I motako errorea:

$$P[\overline{x} < 0.48376] = P\left[z < \frac{0.48736 - 0.505}{0.007}\right] = 0.0012$$

(c)

II motako errorea (ikus Gizapedian, I eta II motako erroreak), hipotesi alternatiboa egia izanda (0.49 alegia), hipotesi nulua onartzeko probabilitatea da, eskualde kritikoaren probabilitate osagarria alegia:

Batez besteko lodiera 0.49 izanik, hau da II motako errorea:

$$P[H_0\ onartu/H_a\ egia] = 1 - P[\overline{x} < 0.48376] = 1 - P\left[z < \frac{0.48736 - 0.49}{0.007}\right] = 0.8136$$

2. ariketa

(1.5 puntu) Duela 2 urte enpresa batek egin zuen inkestan 250 lagunek 75ek adierazi zuten enpresako produktuak kontsumitzen zituztela. Inkesta bat egin berri da: 400 lagunetatik 128 lagunek adierazi dute enpresako produktuak kontsumitzen dituztela. Adierazgarritasun-maila %3 izanik, kontsumitzaileen proportzioa igo dela esan al daiteke?

---

p_1: duela 2 urteko proportzioa
p_2: egungo proportzioa

BAIEZTAPENA: kontsumitzaileen proportzioa igo egin da ($p_1 < p_2$)

HIPOTESIEN ESPAZIOA:

$H_0 : p_1 \leq p_2 \rightarrow p_1 - p_2 \geq 0$
$H_a : p_1 < p_2 \rightarrow p_1 - p_2 < 0$

LAGIN BANAKETA:

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(p_1 - p_2, \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \cdot \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_2}{n_2}}\right)$$

Hipotesi nuluan bi proportzioak berdinak direnez (edo horien diferentzia 0):

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim N\left(0, \sqrt{\frac{\frac{75}{250} \cdot \frac{125}{250}}{250} + \frac{\frac{128}{400} \cdot \frac{272}{400}}{400}} = 0.037\right)$$

ESKUALDE KRITIKOA:
Hipotesi nulua ukatuko da $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ estatistikoak ezkerreko balioak hartzen dituenean (lehengo proportzioa ken egungo proportzioa oso negatiboa denean):

$$P[\hat{p}_1 - \hat{p}_2 < k] = 0.03$$

Estandartuz eta tauletan bilatuz:

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - 0}{0.037} = -1.88 \rightarrow \hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0.069$$

Orduan, hau da eskualde kritikoa:

$$EK : \{-\infty < \hat{p}_1 - \hat{p}_2 < -0.069\}$$

ERABAKIA:

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{75}{250} - \frac{128}{400} = -0.02$$

Estatistikoa eskualde kritikotik kanpo dago. Beraz, hipotesia nulua onartu eta ezin da baieztapena egin. Hau da, proportzioa ez dela igo erabaki behar da.

3. ariketa

(1.5 puntu) Hainbat enpresa kutsatzaileetan darabilten iragazki motari buruzko datuak (berezia/arrunta) jaso dira. Halaber, kutsatzeagatik isuna jarri zaien ala ez ere jaso da. Honako hauek dira datuak:

Isuna? (↓) / Iragazkia (→)	Berezia	Arrunta
Bai	30	90
Ez	20	100

Frogatu bi aldagaien artean dependentziarik ez dagoela. Adierazgarritasun-maila:%5.

H_0 : *independentzia*

Independentziari buruz erabakitzeko khi-karratu estatistikoa kalkulatu behar da, eta horretarako itxarondako maiztasunak edo maiztasun teorikoak behar ditugu. Eman ditzagun aurrena bazter maiztasunak:

30	90	120
20	100	120
50	190	240

Eta orain itxarondako maiztasunak, independentzia balitz:

$\frac{50 \times 120}{240} = 25$	$\frac{190 \times 120}{240} = 95$	120
$\frac{50 \times 120}{240} = 25$	$\frac{190 \times 120}{240} = 95$	120
50	190	240

Eta orain khi karratu kalkulatzen dugu:

$$\mathbf{X}^2 = \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(90-95)^2}{95} + \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(100-95)^2}{95} = 2.52$$

Orain, erreferentziazko khi karratu banaketan, $(2-1) \times (2-1) = 1$ askatasun graduekin, balio kritikoa bilatu behar da: $\chi^2_{1;0.05} = 3.84$.

Eskualde kritikoa hau da:

$$EK : \{3.84 < \mathbf{X}^2 < \infty\}$$

Estatistikoaren balioa ez dago eremu kritikoan. Beraz, hipotesi nulua onartu eta bi aldagaien artean independentzia dagoela erabaki behar da.